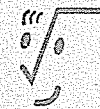
"polinom"um sıfır diyenlere

"polinom"a sıfırdan başlamak isteyenlere

# POLİNOM 0 sıfır

Muharrem DUŞ

Sevgi FİLİZCİ



KAREKÖK

## İÇİNDEKİLER



# MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ

Modüler Piramit Sistemi'nde pratik yöntem ile teorik yöntem örtüşmüştür. Genellikle uygulamaya geçirilemeyen ve ihmal edilen amaç ve davranışlar sorular ile ifade edilmiştir. Bu bağlamda Modüler Piramit Sistemi'nde her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşı, bir piramitin köşesindeki taş gibi düşünülmüştür. Bu taş belirlenmiş olan yere konulduktan sonra aynı sıraya ait taşlar kolayca yerleştiri-lebilecektir. Köşetaşı, AÇIKLAMALI ÇÖZÜM ile anlatıldıktan sonra verilen 4 alıştırma sorusu kolayca çözülebilecektir.

Köşetaşlarına karşılık gelen AMAÇLAR, konunun başında verilmiştir. Böylece konuya ait içindekiler bölümü de oluşturuldu.

Kitabın sayfaları düzenli biçimde kullanıldı. Her sayfaya bir köşetaşı, açıklamalı çözümü ve alıştırma soruları yazıldı.

KÖŞETAŞLARI numaralandırılarak sayfanın başına yerleştirilmiştir. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının noktasal somutlaştırılmasıdır. Dikkatle ince-lendiğinde köşetaşlarının arasındaki eytişim fark edilecektir. Köşetaşları arasındaki bağ, temelden yukarıya, kolaydan zora doğru seviyelendirilerek kurulup, gönderimlerle güçlendirildi. Köşetaşlarının bağımsız öğrenilebilmesi için çözümler açıklamalı yapıldı.

AÇIKLAMALI ÇÖZÜM bölümünde öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardın-dan verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destek-leyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir konunun bu bölümlerinde anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

## TARAMA TESTİ

Bir konudaki köşetaşlarının sayısı kadar soru içerir. Her köşetaşından sırasıyla birer soru vardır. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından, besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır.

Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

## ÖSYS SORULARI

Öğrencinin, hedefi olan ÖSYS sorularını görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.

## KONU TESTİ

Dershanelerde verilen yaprak testlerin benzeridir. MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ'nde uzun bir çalışmadan sonra bu testler verilir. Selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet binicisinin selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

# BÖLÜM 1

## Çarpanlara Ayırma

| KÖŞETAŞI | KAZANIMLAR |
|---|---|
| 1. | Bir terimlinin çok terimliyle çarpımını yapar. |
| 2. | Çok terimli ifadeleri ortak çarpan parantezine alır. |
| 3. | İki terimlilerin çarpımını yapar. |
| 4. | Verilen ifadeyi gruplandırma yaparak çarpanlarına ayırır. |
| 5. | Birinci dereceden iki terimlilerin çarpımını yapar. |
| 6. | İkinci dereceden üç terimlileri çarpanlarına ayırır. |
| 7. | Birinci dereceden iki terimlilerin çarpımını yapar. |
| 8. | İkinci dereceden üç terimlileri çarpanlarına ayırır. |
| 9. | İkinci dereceden üç terimlilerde istenen dönüşümleri gerçekleştirir. |
| 10. | İkinci dereceden üç terimliye dönüşebilen ifadeleri çarpanlarına ayırır. |
| 11. | İkinci dereceden üç terimliyi sıfır yapan değerleri bulur. |
| 12. | Sadeleşebilen ifadelerde sadeleştirme yapar. |

## köşetaşı

$ax(a^2 - x + 1)$

**çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $a^2x^2 - a^2x + a$  B) $a^3x^2 - ax^2 + a$  C) $ax^3 - a^3x + ax$  D) $a^3x - ax^2 + ax$  E) $a^3x - ax + a$

## açıklamalı çözüm

**Bir Terimin Çok Terimliyle Çarpımı**

$x, ax, 2x^2, a^2x^3, \frac{a}{x}$, ... harfli ifadelerinin herbirine terim denir.

İki terimin toplamı ya da farkı olan $x + y$, $2x + 3$, $x^2 - 2ax$, $x + 1$, ... şeklindeki ifadelere iki terimli denir.

Buna göre, $2x - y + 1$ ifadesi üç terimli, $x^2 - xy + 5x - 3$ ifadesi dört terimlidir.

Bir terimli bir ifade, çok terimli bir ifade ile çarpılırken çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğinden faydalanılır.

**NOT**

*Tabanları aynı olan ifadeler çarpılırken üsler toplanır.*

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$a^3 \cdot a^2 = a^5$

**Köşetaşının Çözümü:**

$ax\,(a^2 - x + 1) = a^3x - ax^2 + ax$ olduğundan yanıt D dir.

**1. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.**

a) $a(x - y)$

b) $a(ax - 1)$

c) $ax(a + x)$

d) $a^2x(-ax + 1)$

e) $ax^2\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{a} - 1\right)$

f) $-a(x - y)$

g) $-ax(x - y - a + 1)$

h) $\sqrt{2}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

karekök (answers, printed upside down):
a) $ax - ay$  b) $a^2x - a$  c) $a^2x + ax^2$  d) $-a^3x^2 + a^2x$  e) $a + x^2 - ax^2$  f) $-ax + ay$  g) $-ax^2 + axy + a^2x - ax$  h) $\sqrt{6} - 2$

**2.** $a^2x(a - x + 2)$

**çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $a^3 - x^3 + 2ax$  B) $a^3x - ax^3 + 2ax$
C) $a^3x - a^2x^2 + 2a^2x$  D) $a^2x^3 - ax^2 - 2$
E) $a^3x - ax^3 - 2ax$

**3.** $ax - bx$

**ifadesi aşağıdaki çarpma işlemlerinin hangisinin sonucudur?**

A) $x(a + b)$  B) $a(b - x)$  C) $x(b - a)$
D) $x(a - b)$  E) $ax(b - 1)$



C D



## köşetaşı

$$\frac{a^3x - ax^2 + ax}{a^2x - x^2 + x}$$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi nedir?**

## açıklamalı çözüm

**Ortak Çarpan Parantezine Alma**

Önceki köşetaşında $ax(a^2 - x + 1)$ çarpımının yapılması istenmişti ve sonuç $a^3x - ax^2 + ax$ bulunmuştu. Bu köşetaşında sonuç verildiğinde çarpanları nasıl bulacağımızı öğreneceğiz.

$a^3x - ax^2 + ax$ ifadesinin her teriminde ax terimi olduğundan üç terimlinin ax ile çarpıldığını anlarız.

Ortak çarpan olan ax ifadesi $ax(a^2 - x + 1)$ şeklinde ayrılarak parantezin dışına alınır. Bu işleme ortak çarpan parantezine alma denir.

**ÖNEMLİ ÖRNEK**

$$\frac{ax - bx}{b - a} = \frac{x(a - b)}{-(a - b)} = -x$$

**Köşetaşının Çözümü:**

$$\frac{a^3x - ax^2 + ax}{a^2x - x^2 + x} = \frac{ax(a^2 - x + 1)}{x(a^2 - x + 1)} = a$$

**1. Aşağıdaki ifadeleri ortak çarpan parantezine alarak çarpanlarına ayırınız.**

a) $ax - a$

b) $a^2x - ax^2 + ax$

c) $ax - ay + a^2$

d) $2a^2 - 4a$

e) $6a^3 - 3a^2 + 2a$

f) $a^2xy^2 - ax^2y + axy$

g) $x^3 - x^2 + 2x$

h) $ab + ac + ad - a$

karekök (answers, printed upside down):
a) $a(x - 1)$  b) $ax(a - x + 1)$  c) $a(x - y + a)$  d) $2a(a - 2)$  e) $a(6a^2 - 3a + 2)$  f) $axy(ay - x + 1)$  g) $x(x^2 - x + 2)$  h) $a(b + c + d - 1)$

**2.** $$\frac{a^2b^3 - a^3b^2 + a^2b^2}{a^2b - a^3 + a^2}$$

**ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a  B) b  C) $a^2$  D) $b^2$  E) $a^2b^2$

**3.** $$\frac{a^2x - abx}{bx - ax}$$

**ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) −a  B) a  C) −b  D) b  E) ab



D A

## 1.3

*köşetaşı* *çarpanlara ayırma*

$(a + b)\cdot(x - y)$

**işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $ax + by + ay - bx$  B) $ax - by + ay - bx$  C) $ax - ay + bx - by$  D) $ab - xy - ax - by$  E) $ab + xy - ax - by$

### *açıklamalı çözüm*

**İki Terimlilerin Çarpımı**

İki terimliler çarpılırken de çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğinden faydalanılır.

$$(a + b)(x - y) = (a + b)x - (a + b)y$$
$$= ax + bx - ay - by$$

Çarpmada ve toplamada değişme özelliği olduğundan yanıt C dir.

**BİR ÇARPMA DAHA**

$$(x + 1)(x^2 + 1) = (x + 1)x^2 + (x + 1)$$
$$= x^3 + x^2 + x + 1$$

**1. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.**

a) $(a - b)(x - y)$

b) $(a + b)(x + y)$

c) $(a + b)(x - 1)$

d) $(2x - y)(a - b)$

e) $(x + 1)(ax + 1)$

f) $(x - 2)(a - 2b)$

g) $(a^2 - b)(x - y^2)$

h) $(1 - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

a) $ax - bx - ay + by$
b) $ax + bx + ay + by$
c) $ax + bx - a - b$
d) $2ax - ay - 2bx + by$
e) $ax^2 + ax + x + 1$
f) $ax - 2a - 2bx + 4b$
g) $a^2x - bx - a^2y^2 + by^2$
h) $\sqrt{3} - \sqrt{6} - \sqrt{2} + 2$

**2.** $(x - 1)(a + x) = ax + x^2 - a + p$

**olduğuna göre, p aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) x  B) −x  C) −ax  D) a  E) a + 2x

**3.** $ab - a - b + 1$

**ifadesi aşağıdaki çarpma işlemlerinin hangisinin sonucudur?**

A) $(a - 1)(b + 1)$  B) $(a + 1)(b - 1)$  C) $(a - 1)(b - 1)$  D) $(ab - 1)(a + 1)$  E) $(a + b)(ab - 1)$

karekök



B | C

## 1.4

*köşetaşı* *çarpanlara ayırma*

$$\frac{ax - ay + bx - by}{x - y}$$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi nedir?**

### *açıklamalı çözüm*

**Gruplandırmayla Çarpanlara Ayırma**

Köşetaşındaki $ax - ay + bx - by$ ifadesinin dört teriminde de ortak olan bir çarpan yoktur.

Bu durumda ifadeyi

$ax - ay + bx - by$

şeklinde kırmızı ve siyah olmak üzere iki gruba ayırabiliriz.

Kırmızı grupta ortak çarpan a, siyah grupta b dir.

$a(x - y) + b(x - y)$ şeklinde iki terim oluşur.

$= (x - y)(a + b)$

**Köşetaşının Çözümü:**

$$\frac{ax - ay + bx - by}{x - y} = \frac{(x - y)(a + b)}{x - y} = a + b$$

**NOT**

*Önceki köşetaşında yapılanların tersini yaptığımızı fark ediniz.*

*Gruplandırma şöyle de yapılabilir:*

*$ax + bx - ay - by$*

*$= x(a + b) - y(a + b)$*

*$= (a + b)(x - y)$*

**1. Aşağıdaki ifadeleri gruplandırma yöntemiyle çarpanlarına ayırınız.**

a) $ax + bx - a - b$

b) $ax - ay + 2bx - 2by$

c) $ax - 2y + x - 2ay$

d) $x^3 - x^2 + x - 1$

e) $ax + 2x - 2a - 4$

f) $ax - bx + a^2 - ab$

g) $ax - 2bx + 3a - 6b$

h) $\sqrt{6} + 2 - \sqrt{3} - \sqrt{2}$

Not: $\sqrt{6} = \sqrt{3}\cdot\sqrt{2}$ ve $2 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$ dir.

a) $(a + b)(x - 1)$
b) $(a + 2b)(x - y)$
c) $(a + 1)(x - 2y)$
d) $(x - 1)(x^2 + 1)$
e) $(a + 2)(x - 2)$
f) $(x + a)(a - b)$
g) $(a - 2b)(x + 3)$
h) $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

**2.** $$\frac{ax + 3xy - a - 3y}{a + 3y}$$

**ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) x  B) x − 1  C) x + 1  D) a + x  E) ax

**3.** $$\frac{ax - 2ay - bx + 2by}{x^2 - 2xy - x + 2y}$$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi nedir?**

A) $\frac{a-b}{x-1}$  B) $\frac{a+b}{x-1}$  C) $\frac{a-b}{x+1}$  D) $\frac{a+x}{b-x}$  E) $\frac{a-x}{b+1}$

karekök



B | A

## köşetaşı

$(x-2)(x+3)$

**çarpımı yapıldığında oluşan üç terimlilerin katsayıları toplamı kaç olur?**

A) −4 B) −2 C) 0 D) 2 E) 4

## açıklamalı çözüm

**Birinci Dereceden İki Terimlilerin Çarpımı**

$x+1$, $x-2$, $2x+5$,... gibi harfli ifadelerde tek bilinmeyen vardır ve bu bilinmeyenin derecesi 1 dir. $2x^3-5$ ifadesinde de tek bilinmeyen vardır ama derecesi 3 tür. Bu köşetaşında tek bilinmeyeni olan birinci dereceden iki terimlilerin çarpımını göreceğiz. Her çarpımın sonucunun üç terimli ikinci dereceden bir ifade olduğunu fark edeceğiz.

$$(x-2)(x+3) = (x-2)x + (x-2)\cdot 3$$
$$= x^2 - 2x + 3x - 2\cdot 3$$
$$= x^2 + (-2+3)x + (-2)\cdot 3$$
$$= x^2 + x - 6$$

**NOT**

*$(x+a)(x+b)$*

*$= (x+a)x + (x+a)b$*

*$= x^2 + ax + bx + ab$*

*$= x^2 + (a+b)x + ab$*

*Sonuçta x in katsayısı a + b, sabit terim a·b oluyor.*

Bulduğumuz üç terimlinin kat sayıları sırasıyla 1, 1 ve −6 dır.

Toplam = 1 + 1 + (−6) = −4 bulunur.

Yanıt A

**1. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.**

a) $(x-1)(x+2)$

b) $(x-3)(x+4)$

c) $(x+2)(x+5)$

d) $(x-4)(x+3)$

e) $(x-3)(x-2)$

f) $(a-1)(a+1)$

g) $(a-7)(a+3)$

h) $(x-a)(x+b)$

a) $x^2+x-2$ b) $x^2+x-12$ c) $x^2+7x+10$ d) $x^2-x-12$ e) $x^2-5x+6$ f) $a^2-1$ g) $a^2-4a-21$ h) $x^2-(a-b)x-ab$

**2.** $(x-2)(x-3) = x^2 + bx + c$

**olduğuna göre, b + c toplamı kaçtır?**

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

**3.** $x^2 - 7x + 12$

**ifadesi aşağıdaki çarpma işlemlerinin hangisinin sonucunda elde edilir?**

A) $(x-1)(x-7)$
B) $(x-7)(x+12)$
C) $(x-3)(x-4)$
D) $(x+3)(x+4)$
E) $(x-3)(x+4)$

karekök



D C



## köşetaşı

$$\frac{x^2-x-6}{x^2-2x-3} : \frac{1}{x+1}$$

**ifadesinin en sade şekli nedir?**

## açıklamalı çözüm

**İkinci Dereceden Üç Terimlinin Çarpanlarına Ayrılması**

$x^2+bx+c$ ifadesine baş katsayısı 1 olan ikinci dereceden üç terimli denir. $x^2$ nin katsayısının 1 olduğuna dikkat ediniz. Önceki köşetaşında da baş katsayısı 1 olan birinci dereceden iki terimlilerin çarpımının ikinci dereceden üç terimli olduğunu fark ettik. Toplamları b, çarpımları c olan iki sayı $x_1$ ve $x_2$ olsun.

Bu durumda

$$x^2+bx+c = x^2-(x_1+x_2)x + x_1\cdot x_2$$
$$= (x-x_1)(x-x_2) \text{ olur.}$$

Buna göre, köşetaşındaki $x^2-x-6$ ifadesinde $b=-1$, $c=-6$ dır. Toplamları −1, çarpımları −6 olan iki sayı bulacağız. −3 ve +2 bu koşulları sağladığından,

$x^2-x-6 = (x-3)(x+2)$ dir.

$x^2-2x-3$ ifadesini çarpanlarına ayıralım.

Toplamları −2 ve çarpımları −3 olan iki sayı −3 ve 1 olduğundan $x^2-2x-3=(x-3)(x+1)$ dir.

$$\frac{x^2-x-6}{x^2-2x-3} : \frac{1}{x+1} = \frac{\cancel{(x-3)}(x+2)}{\cancel{(x-3)}\cancel{(x+1)}}\cdot\cancel{(x+1)} = x+2$$

**1. Aşağıdaki üç terimlileri çarpanlarına ayırınız.**

a) $x^2-5x+4$

b) $x^2+7x-8$

c) $x^2-6x+8$

d) $x^2-5x+6$

e) $x^2-7x+12$

f) $x^2-x-12$

g) $x^2-4x+3$

h) $x^2-2x-15$

a) $(x-1)(x-4)$ b) $(x+8)(x-1)$ c) $(x-2)(x-4)$ d) $(x-2)(x-3)$ e) $(x-3)(x-4)$ f) $(x-4)(x+3)$ g) $(x-3)(x-1)$ h) $(x-5)(x+3)$

**2. Aşağıdakilerden hangisi $x^2-6x-16$ ifadesinin çarpanlarındandır?**

A) $x-2$ B) $x+2$ C) $x+4$ D) $x-4$ E) $x+8$

**3.** $$\frac{x^2-x-2}{x^2+2x+1} : \frac{x-2}{x+1}$$

**ifadesinin sadeleştirilmiş hali aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) −1 C) x D) $x-1$ E) $x+1$

karekök



B A

1.7



## *köşetaşı*

$(3x-1)(2x+3) = ax^2 + bx + c$

**olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

**Birinci Dereceden İki Terimlilerin Çarpımı II**

Baş katsayısı 1'den farklı olan birinci dereceden iki terimlilerin çarpımı ile baş katsayısı 1'den farklı olan üç terimliler elde edilir.

$(3x-1)(2x+3) = (3x-1)2x + (3x-1)\cdot 3$

$= 6x^2 - 2x + 9x - 3$

$= 6x^2 + 7x - 3$

$6x^2 + 7x - 3 = ax^2 + bx + c$

olduğuna göre; $a = 6$, $b = 7$, $c = -3$ tür.

$a + b + c = 6 + 7 - 3 = 10$

**1. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.**

a) $(3x+1)(2x-3)$

b) $(5x-1)(x+1)$

c) $(2x-3)(3x+4)$

d) $(3x+2)(2x+3)$

e) $(2x-1)(2x+3)$

f) $(x-1)(2x+5)$

g) $(x-1)(2x-1)$

h) $(x+1)(2x+3)$

a) $6x^2 - 7x - 3$
b) $5x^2 + 4x - 1$
c) $6x^2 - x - 12$
d) $6x^2 + 13x + 6$
e) $4x^2 + 4x - 3$
f) $2x^2 + 3x - 5$
g) $2x^2 - 3x + 1$
h) $2x^2 + 5x + 3$

*karekök*

**2.** $(x-1)(ax+2) = 3x^2 + bx + c$

**olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?**

A) −2  B) −1  C) 0  D) 1  E) 2

**3.** $6x^2 + 13x + 6$

**ifadesi aşağıdaki çarpma işlemlerinden hangisinin sonucudur?**

A) $(3x+2)(2x+3)$  B) $(3x-2)(2x+3)$
C) $(x+3)(2x+3)$  D) $(3x-2)(2x+1)$
E) $(2x-6)(3x-1)$



C | A

1.8



## *köşetaşı*

$$\frac{6x^2+13x-5}{2x+5}$$

**ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $3x-5$  B) $3x+1$  C) $3x-1$  D) $6x-1$  E) $2x-3$

## *açıklamalı çözüm*

**İkinci Dereceden Üç Terimlinin Çarpanlarına Ayrılması II**

Baş katsayısı 1'den farklı olan $ax^2 + bx + c$ biçimindeki ikinci dereceden üç terimlinin çarpanları birinci dereceden iki terimlilerdir. (Önceki köşetaşına bakınız.)

$6x^2 + 13x - 5 = (3x-1)(2x+5)$

3x    −1
2x    +5

Baş terim ve sabit terim çarpanlarına ayrılır. Çarprazlama çarpım yapılarak toplanır. ($15x - 2x = 13x$). Bu toplamın sonucu ortadaki terime eşitse isabetli çarpanlara ayrılmıştır. Değilse, başka kombinasyonlar denenir. İsabetli çarpanlar elde edildiğinde düzlemesine yazılarak çarpanlar elde edilir.

$6x^2 + 13x - 5 = (3x-1)(2x+5)$

**Köşetaşının Çözümü:**

$\frac{6x^2+13x-5}{2x+5} = \frac{(3x-1)(2x+5)}{2x+5} = 3x-1$ olduğundan yanıt C dir.

**1. Aşağıdaki ikinci dereceden üç terimlileri çarpanlarına ayırınız.**

a) $2x^2 - 11x + 5$

b) $3x^2 - 5x + 2$

c) $4x^2 - 5x + 1$

d) $7x^2 - 6x - 1$

e) $6x^2 + 5x - 4$

f) $3x^2 - 4x + 1$

g) $6x^2 - 11x + 3$

h) $3x^2 - x - 2$

a) $(2x-1)(x-5)$
b) $(3x-2)(x-1)$
c) $(x-1)(4x-1)$
d) $(7x+1)(x-1)$
e) $(3x+4)(2x-1)$
f) $(x-1)(3x-1)$
g) $(2x-3)(3x-1)$
h) $(x-1)(3x+2)$

*karekök*

**2.** $\frac{3x^2-7x+4}{x-1}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3x-1$  B) $3x-4$  C) $3x+4$
D) $2x-4$  E) $2x-1$

**3.** $\frac{2x^2-5x+3}{x^2-7x+6}$

**ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{3x-1}{x-1}$  B) $\frac{3x-2}{x-3}$  C) $\frac{2x+1}{x-6}$
D) $\frac{2x-3}{x-6}$  E) $\frac{x-1}{x+3}$



B | D

## köşetaşı

$2x^2 - 3x + 1$

**ifadesinde $x = 2^t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?**

A) $2^{2t+1} - 3 \cdot 2^t + 1$ B) $2 \cdot 4^t + 2^t - 1$ C) $2^{2t+1} - 2^t - 1$
D) $3 \cdot 2^{2t} - 2^t + 2$ E) $4^{t+2} - 3 \cdot 2^t + 1$

## açıklamalı çözüm

**Değişken Değiştirme (Dönüşüm)**

Matematikte sıkça kullanılan yöntemlerden biri de değişken değiştirmedir. Verilen ifadedeki değişkenin yerine herhangi bir matematiksel ifade yazılarak dönüşüm gerçekleştirilir.

Köşetaşında $x = 2^t$ dönüşümü istendiğinden $2x^2 - 3x + 1$ ifadesinde x gördüğümüz yere $2^t$ ifadesini yazacağız. Buna göre

$$2 \cdot (2^t)^2 - 3 \cdot 2^t + 1 = 2 \cdot 2^{2t} - 3 \cdot 2^t + 1$$
$$= 2^{2t+1} - 3 \cdot 2^t + 1 \text{ elde edilir.}$$

Yanıt A

•Bir dönüşüm daha yapalım.

$x = \sqrt{u}$ dönüşümünün yapılması istenseydi;

$$2(\sqrt{u})^2 - 3\sqrt{u} + 1 = 2u - 3\sqrt{u} + 1 \text{ elde edilirdi.}$$

**1. Aşağıda verilen ikinci dereceden üç terimlilerde istenen dönüşümleri gerçekleştiriniz.**

a) $x^2 - 2x + 3,\ x = 3^t$
b) $x^2 - 3x + 1,\ x = \sqrt{u}$
c) $u^2 - 5u + 2,\ u = x^2 - x$
d) $t^2 - t + 3,\ t = |x - 1|$
e) $2t^2 - 4t + 3,\ t = 2^x$
f) $3t^2 - t + 2,\ t = \sin x$
g) $2u^2 - u + 1,\ u = \sqrt{x-1}$
h) $4u^2 - 8u + 5,\ u = x^2$

(Cevaplar, ters basılmış:) a) $9^t - 2 \cdot 3^t + 3$ b) $u - 3\sqrt{u} + 1$ c) $(x^2 - x)^2 - 5x^2 + 5x + 2$ d) $|x-1|^2 - |x-1| + 3$ e) $2^{2x+1} - 2^{x+2} + 3$ f) $3\sin^2 x - \sin x + 2$ g) $2x - 1 - \sqrt{x-1}$ h) $4x^4 - 8x^2 + 5$

karekök

**2.** $t^2 - 6t - 7$

**ifadesinde aşağıdaki dönüşümlerden hangisi yapılırsa $x^4 - 6x^2 - 7$ ifadesi elde edilir?**

A) $t = x$ B) $t = x^2$ C) $t = x^2 + 1$
D) $t = x^4$ E) $t = x^4 - 1$

**3.** $u^2 - u + 1$

**ifadesinde $u = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?**

A) $u - \sqrt{u} + 1$ B) $x^2 - x + 1$ C) $x - \sqrt{x} + 1$
D) $x^2 + x - 1$ E) $x^2 - \sqrt{x} + 1$



B C



## köşetaşı

Aşağıdakilerden hangisi

$(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12$

**ifadesinin çarpanlarından biri değildir?**

A) $x + 1$ B) $x - 1$ C) $x + 2$ D) $x - 2$ E) $x - 3$

## açıklamalı çözüm

**İkinci Dereceden Üç Terimliye Dönüşebilen İfadelerin Çarpanlarına Ayrılması**

Önceki köşetaşında belirtildiği üzere bazen ikinci dereceden üç terimlilerde değişken değiştirilerek (dönüşüm yapılarak) farklılaştırılır. Bazen de yapılan bu dönüşümleri fark ederek orijinal üç terimli elde edilmeye çalışılır.

Köşetaşında verilen

$(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12$

ifadesinde $u = x^2 - x$ dönüşümünün yapıldığı görülebiliyor. Bundan dolayı ters dönüşüm yaparak $x^2 - x$ yerine u yazalım.

$u^2 - 8u + 12 = (u - 2)(u - 6)$

Şimdi de u yerine $x^2 - x$ yazalım.

$(x^2 - x - 2)(x^2 - x - 6) = (x - 2)(x + 1) \cdot (x - 3)(x + 2)$ olduğundan yanıt B dir.

**1. Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.**

a) $9^x - 10 \cdot 3^x + 9$
b) $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8$
c) $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3$
d) $(x^2 + 3x)^2 - 2(x^2 + 3x) - 8$
e) $u - 5\sqrt{u} + 4$
f) $x + \sqrt{x} - 2$
g) $x^4 - 5x^2 + 4$
h) $\tan^2 x - 4\tan x + 3$

(Cevaplar, ters basılmış:) a) $(3^x - 1)(3^x - 9)$ b) $(2^x - 4)(2^x - 2)$ c) $(x - 3)(x + 1)(x - 1)^2$ d) $(x + 4)(x - 1)(x + 1)(x + 2)$ e) $(\sqrt{u} - 1)(\sqrt{u} - 4)$ f) $(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)$ g) $(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$ h) $(\tan x - 1)(\tan x - 3)$

karekök

**2.** $\dfrac{x - \sqrt{x} - 2}{2 - \sqrt{x}}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $1 - \sqrt{x}$ B) $1 + \sqrt{x}$ C) $2 + \sqrt{x}$
D) $3 - x$ E) $-1 - \sqrt{x}$

**3.** $(x - 2)^2 - 2(x - 2) - 15$

**ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x - 1$ B) $x - 2$ C) $x + 1$
D) $x + 2$ E) $x - 5$



E C

## *köşetaşı*

$x^2 - 4x + 3$

**ifadesinde x in yerine hangi sayıyı yazarsak ifade sıfıra eşit olur?**

## *açıklamalı çözüm*

**İkinci Dereceden Üç Terimliyi Sıfır Yapan Değerler**

Birinci dereceden bir değişkenli iki terimliyi sıfır yapan değeri bulmak (görmek) kolaydır.

Örnekler:

1. $x - 3$ ifadesinde x yerine 3 yazılırsa ifade sıfıra eşit olur.
2. $2x + 6$ ifadesinde x yerine –3 yazılırsa ifade sıfıra eşit olur.
3. $5x - 3$ ifadesinde x yerine $\frac{3}{5}$ yazılırsa ifade sıfıra eşit olur.

Aslında birinci dereceden denklem çözümü yaptık.

$$5x - 3 = 0 \Rightarrow 5x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

İkinci dereceden üç terimlinin çarpanları birinci dereceden iki terimlilerdir. Bu çarpanları sıfır yapan x değerleri ikinci dereceden ifadeyi de sıfır yaparlar. Bundan dolayı,

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

Demek ki $x^2 - 4x + 3$ ifadesinde x yerine 1 veya 3 yazılırsa ifade sıfıra eşit olur.

**1. Aşağıdaki ifadeleri sıfır yapan x değerlerini bulunuz.**

a) $x^2 - 6x + 8$

b) $2x^2 - 5x + 3$

c) $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8$

d) $(x^2 - 2x)^2 - 11(x^2 - 2x) + 24$

e) $x - 4\sqrt{x} + 3$

f) $x - 7\sqrt{x} + 10$

g) $(x - 1)^2 - 6(x - 1) - 7$

h) $|x|^2 - 5|x| + 4$

h) $\{-4, -1, 1, 4\}$ g) $\{0, 8\}$ f) $\{4, 25\}$ e) $\{1, 9\}$ d) $\{-2, -1, 3, 4\}$ c) $\{1, 2\}$ b) $\{1, \frac{3}{2}\}$ a) $\{2, 4\}$

**2.** $x^2 + 4xy + 3y^2$

**ifadesi sıfıra eşit olduğuna göre x ile y arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) x = y B) x = –y C) x = 2y D) x = 3y E) x = 7y

**3.** $\frac{3x^2 - 7x + 4}{x - 1}$

**ifadesini sıfır yapan x değeri kaçtır?**

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{7}{4}$

*kareköK*



B D



## *köşetaşı*

$$\frac{x^2 - (m+1)x + 2m + 1}{x - 3}$$

**ifadesi sadeleşebildiğine göre, m kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

**Kesirli İfadelerde Sadeleştirmenin Temel Kuralı**

Kesirli ifadelerde sadeleşme varsa, hem pay hem de paydada ortak çarpan vardır. Sadeleşen, bu ortak çarpanlardır. Bir önceki köşetaşında bir ifadenin çarpanını sıfır yapan değerin ifadenin kendisini de sıfır yaptığını fark etmiştik. Köşetaşındaki ifade sadeleşebilen bir ifade olduğuna göre, pay ve paydasında ortak çarpanlar bulunmalıdır. Paydada $x - 3$ olduğuna göre, payın da bir çarpanı $x - 3$ tür. Dolayısıyla $x - 3$ ü sıfır yapan 3 değeri, $x^2 - (m + 1)x + 2m + 1$ ifadesini de sıfır yapmalıdır.

$$x = 3 \text{ için } 9 - (m + 1) \cdot 3 + 2m + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 9 - 3m - 3 + 2m + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 7 - m = 0$$

$$\Rightarrow m = 7$$

**1. Aşağıdaki ifadeler sadeleşebildiğine göre, ifadelerdeki m değerlerinin kaç olduğunu bulunuz.**

a) $\frac{x^2 - 7x + m}{x - 1}$

b) $\frac{x + 2}{x^2 - 3x + m + 1}$

c) $\frac{2x^2 - mx + 3}{x - 3}$

d) $\frac{x^2 - x + m}{(x+1)(x-3)}$

e) $\frac{x^2 - mx + m}{x^2 - x - 2}$

f) $\frac{x + 1}{x^2 - 2x + m - 2}$

g) $\frac{x^2 - 4x + m + 1}{x^2 - 4}$

h) $\frac{x^2 + 2x - m + 1}{x^2 - 3x + 2}$

h) $\{4, 9\}$ g) $\{-13, 3\}$ f) $-1$ e) $\{-\frac{1}{2}, 4\}$ d) $\{-6, -2\}$ c) 7 b) $-11$ a) 6

**2.** $\frac{x^2 - (m+2)x + 2m}{x + 3}$

**ifadesi sadeleşebildiğine göre, m kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

**3.** $\frac{x^2 - 2x + p}{x^2 - 3x + m}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş şekli $\frac{x-1}{x-2}$ olduğuna göre, m + p toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

*kareköK*



A C

# TARAMA TESTİ



1. $bx^2(a - x + b)$

**çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $ax^2 - x^2b + b^2$
B) $abx^2 - bx^2 + b^2x^2$
C) $bax - bx^3 + b^2x$
D) $abx^2 - bx^3 + b^2x^2$
E) $ax^2 - bx^3 + b^2x^2$

2. $\dfrac{a^2x^2 - abx + ax}{ax^2 - bx + x}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a B) x C) ax D) $x^2$ E) a + x

3. $(x - b)(x + a)$

**işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $x^2 + xb - xa + ab$
B) $xa + xb + x^2 + ab$
C) $x^2 - (b - a)x - ab$
D) $ab - x^2 - xa + bx$
E) $x^2 - (a + b)x + ab$

4. $\dfrac{2b^2 + xa + xb + 2ab}{x + 2b}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a + x B) a + b C) 2a + x D) x + b E) 2x + a

5. $(x - 1)(x - 4) = ax^2 + bx + a + c$

**olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\dfrac{1}{2x + 6} : \dfrac{x - 2}{x^2 + x - 6}$

**ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 1 B) x C) $\frac{1}{2}$ D) x + 3 E) (x – 2)(x + 3)

*karekök*





7. $(2x + 5)(2x - 5) = ax^2 + bx + c$

**olduğuna göre, a·b·c çarpımı kaçtır?**

A) 0 B) 2 C) 5 D) 12 E) 15

8. $\dfrac{5x^2 - 22x + 8}{5x - 2}$

**ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 5x + 8 B) 5x + 2 C) x – 2 D) 5x – 4 E) x – 4

9. $3x^2 - 4x + 1$

**ifadesinde $x = \sqrt{u}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?**

A) $3u - 4\sqrt{u} + 1$
B) $3u - 4u^2 + 1$
C) $3u^2 - 4u + 1$
D) $3u + 4\sqrt{u} - 1$
E) $3u^2 - 4\sqrt{u} + 1$

10. **Aşağıdakilerden hangisi $(x^2 - x)^2 - 14(x^2 - x) + 24$ ifadesinin çarpanlarından biri <u>değildir</u>?**

A) x – 4 B) x – 2 C) x – 1 D) x + 1 E) x + 3

11. $\dfrac{x - 3\sqrt{x} - 10}{\sqrt{x} + 2} = 0$

**olduğuna göre, x kaçtır?**

A) 1 B) 5 C) 15 D) 25 E) 36

12. $\dfrac{x^2 + (m + 2)x - 4}{x^2 - 3x + 2}$

**ifadesi sadeleşebildiğine göre, m nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

*karekök*



| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D | A | C | B | B | C | A | E | A | C | D | B |

**1.** $\dfrac{1}{a-1}-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{a}}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –1 B) a – 1 C) a

D) 1 E) a + 1

**2.** $\dfrac{mn^2-m^2n+m^2n^2}{n^2-mn+mn^2}$

**ifadesinin <u>en sade</u> şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) m B) n C) mn

D) m + n E) 1

**3.** $\dfrac{4x+4(x^2-1)}{x^2+x-1}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) x B) 4x C) 4

D) 4x + 1 E) $4x^2 + 1$

**4.** $mnx-m^2y-m^2x+mny$

**çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) n + m B) nx – my C) mx – ny

D) n – x E) x + y

**5.** $a - b = 4$

$c + d = 5$

**olduğuna göre, ac – bc + ad – bd işleminin sonucu kaçtır?**

A) –20 B) –5 C) 5 D) 9 E) 20

**6.** $\dfrac{2x-6-xy+3y}{x-3}=1$

**olduğuna göre, y kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0

D) 1 E) 2

**7.** $(4x^3-x)(4x^2+4x-3)$

**ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi <u>değildir</u>?**

A) x B) 2x + 1 C) 2x + 3

D) 4x + 3 E) 2x – 1

**8.** $\dfrac{x^2-x+a}{x^2-2x-3}$

**ifadesi sadeleşebildiğine göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?**

A) –10 B) –9 C) –8 D) –7 E) –6

*karekök*





**9.** $\dfrac{x^2-x-2}{x^2-x-t+1}$

**ifadesi x = 0 değeri için tanımsız olduğuna göre, t kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

**10.** $x(yz-4)-2(x^2z-y)$

**ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) y + xz B) xz + 1 C) y – 2x

D) yz + 2 E) yz – 2

**11.** $(x^2+2x)^2-2x^2-4x-3=0$

**denkleminin kökler toplamı kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

**12.** $x^6-7x^3-8=0$

**denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) {–8, –1} B) {–2, –1} C) {–1, 2}

D) {1, 2} E) {1, 8}

**13. x = 3y olduğuna göre,**

$\dfrac{xy-2x^2}{x^2-6y^2}$

**değeri kaçtır?**

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

**14.** $(m-x)(n-y)+mn-m(n-y)-x(y-n)$

**ifadesinin <u>en sade</u> şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) xm B) xy C) mn

D) ny E) nx

**15.** $\dfrac{[(15\cdot99)-(7\cdot99)]-99}{9^2-2^2}$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) 0 B) 3 C) 6 D) 9 E) 11

**16.** $3x-2-\dfrac{6x^2+x-2}{3x+2}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) x – 2 B) x – 1 C) 2x + 1

D) x + 1 E) x + 2

*karekök*



1 A 2 A 3 C 4 E 5 E 6 D 7 D 8 C 9 D 10 C 11 A 12 C 13 A 14 C 15 D 16 B

**1.** $\dfrac{1}{a-1}-\dfrac{1}{1-\frac{1}{a}}=\dfrac{1}{a-1}-\dfrac{1}{\frac{a-1}{a}}$

$=\dfrac{1}{a-1}-\dfrac{a}{a-1}$

$=\dfrac{1-a}{a-1}$ (payı (–) parantezine alalım)

$=\dfrac{-(a-1)}{a-1}$

$=-1$

Yanıt A

**2.** Payı mn, paydayı n parantezine alalım.

$\dfrac{mn^2-m^2n+m^2n^2}{n^2-mn+mn^2}=\dfrac{mn(n-m+mn)}{n(n-m+mn)}$

$=m$

Yanıt A

**3.** Payı 4 parantezine alalım.

$\dfrac{4x+4(x^2-1)}{x^2+x-1}=\dfrac{4(x+x^2-1)}{x^2+x-1}$

$=4$

Yanıt C

**4.** Gruplandırma yaparak çarpanlarına ayıralım.

$mnx-m^2y-m^2x+mny=mnx+mny-m^2y-m^2x$

$=mn(x+y)-m^2(y+x)$

$=(x+y)(mn-m^2)$

(ikinci iki terimliyi m parantezine alalım.)

$=(x+y)\cdot m\cdot(n-m)$ bulunur.

Yanıt E

**5.** Gruplandırma yapalım.

$ac-bc+ad-bd=c(a-b)+d(a-b)$

$=(a-b)\cdot(c+d)$

$(a-b=4$ ve $c+d=5$ verildiğine göre)

$=4\cdot 5$

$=20$ bulunur.

Yanıt E

**6.** Verilen eşitliğin sol tarafındaki ifadede sadeleştirme yapabilmek için payı gruplandırarak çarpanlarına ayıralım.

$\dfrac{2x-6-xy+3y}{x-3}=1$

$\dfrac{2(x-3)-y(x-3)}{x-3}=1$

$\dfrac{(x-3)(2-y)}{x-3}=1$

$2-y=1$

$y=1$ bulunur.

Yanıt D

**7.** $(4x^3-x)(4x^2+4x-3)$

ifadesinde önce birinci çarpanı x parantezine alalım daha sonra adım adım çarpanlarına ayıralım.

$(4x^3-x)(4x^2+4x-3)=x(4x^2-1)(4x^2+4x-3)$

$=x(2x-1)(2x+1)(4x^2+4x-3)$

$=x(2x-1)(2x+1)(2x+3)(2x-1)$

$=x(2x-1)^2(2x+1)(2x+3)$ olur.

Yanıt D

**8.** $\dfrac{x^2-x+a}{x^2-2x-3}$

ifadesi sadeleşebiliyorsa paydadaki x – 3 veya x + 1 çarpanı, payın da çarpanıdır. x = 3 veya x = – 1 değeri payı 0 yapar.

Buradan, x = 3 için $x^2-x+a=0$

$9-3+a=0$

$a=-6$ ve

$x=-1$ için

$x^2-x+a=0$

$1+1+a=0$

$a=-2$ bulunur.

a nın alabileceği değerler toplamı –8 olur.

Yanıt C





**9.** $\dfrac{x^2-x-2}{x^2-x-t+1}$

ifadesi paydasını sıfırlayan x değeri için tanımsız olur. Soruda x = 0 değeri için ifadenin tanımsız olduğu söyleniyor. Demek ki x = 0 değeri ifadenin paydasınındaki $x^2-x-t+1$ ifadesini sıfır yapıyor.

$0^2-0-t+1=0$

$t=1$ bulunur.

Yanıt D

**10.** Önce ifadeyi çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanarak açalım. Daha sonra gruplandırarak çarpanlarına ayıralım.

$x(yz-4)-2(x^2z-y)=xyz-4x-2x^2z+2y$

$=xyz-2x^2z-4x+2y$

$=xz(y-2x)+2(-2x+y)$

$=(y-2x)(xz+2)$ olur.

Yanıt C

**11.** Önce ifadeyi düzenleyelim.

$(x^2+2x)^2-2x^2-4x-3=(x^2+2x)^2-2(x^2+2x)-3$

Şimdi, $x^2+2x=u$ dönüşümü yaparak çarpanlarına ayıralım.

$=u^2-2u-3=(u-3)(u+1)$

u yerine $x^2+2x$ i yazalım.

$=(x^2+2x-3)(x^2+2x+1)$

$=(x+3)(x-1)(x+1)^2=0$ olur.

Buradan,

kökler toplamı = (–3) + 1 + (–1) = – 3 bulunur.

Yanıt A

**12.** $x^6-7x^3-8=0$

denkleminde $x^3=u$ dönüşümü yapalım.

$u^2-7u-8=0$

$(u-8)(u+1)=0$

u = 8 ve u = – 1 bulunur.

$u=x^3$ yerine yazılırsa

$x^3=8$ ve $x^3=-1$

$x=2$ $x=-1$ bulunur.

Çözüm Kümesi = {–1, 2} olur.

Yanıt C

**13.** Soruda verilen x = 3y değerini ifadede yerine yazalım.

$\dfrac{xy-2x^2}{x^2-6y^2}=\dfrac{(3y)\cdot y-2(3y)^2}{(3y)^2-6y^2}=\dfrac{3y^2-18y^2}{9y^2-6y^2}$

$=\dfrac{-15y^2}{3y^2}=-5$

Yanıt A

**14.** Birbirini yok eden terimleri görebilmek için ifadeyi açalım.

$(m-x)(n-y)+mn-m(n-y)-x(y-n)$

$=mn-my-xn+xy+mn-mn+my-xy+xn$

$=mn$ bulunur.

Yanıt C

**15.** İfadenin payını 99 parantezine alalım.

$\dfrac{[(15\cdot 99)-(7\cdot 99)]-99}{9^2-2^2}=\dfrac{15\cdot 99-7\cdot 99-1\cdot 99}{81-4}$

$=\dfrac{99(15-7-1)}{77}$

$=\dfrac{99\cdot 7}{77}=9$ bulunur.

Yanıt D

**16.** Payda eşitleyelim.

$\underset{(3x+2)}{\dfrac{3x-2}{1}}-\dfrac{6x^2+x-2}{3x+2}=\dfrac{(3x-2)(3x+2)-6x^2-x+2}{3x+2}$

$=\dfrac{9x^2-4-6x^2-x+2}{3x+2}$

$=\dfrac{3x^2-x-2}{3x+2}=\dfrac{(3x+2)(x-1)}{3x+2}$

$=x-1$

Yanıt B

*karekök*

1. $\dfrac{5^x - 2^x + 10^x - 1}{2^x + 1}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $5^x - 1$ B) $2^x - 1$ C) $2^x + 1$ D) $5^x + 1$ E) $5^x$

2. **$x = a - 1$ olduğuna göre,**

$x^2 + x + x + 1$

**ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a B) a – 1 C) a + 1 D) $a^2$ E) $a^2 + 1$

3. $\dfrac{m(n+1) - n(n+1)}{m - n}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) m – n B) m + n C) n – 1 D) m – 1 E) n + 1

4. $\dfrac{x^2 - x - 4(x-1)}{x - 1}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) x – 4 B) $x^2 - 4$ C) $x^2 - 1$ D) x – 1 E) x + 4

5. $\dfrac{abx - 2a^2b + x - 2a}{ab + 1} = 0$

**olduğuna göre, x in türünden eşiti nedir?**

A) –a B) a C) a + 2 D) 2a – 1 E) 2a

6. $\dfrac{(a+4) + 4(a-1) - a}{3(a-1) + 2(1-a) + 1}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a B) 2 C) a – 1 D) 4 E) 4a

7. $\left(\dfrac{nm + n^2}{2n^2 + mn}\right) : \left(\dfrac{m^2 - n^2}{nm - 2n^2 + m^2}\right)$

**ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) n B) nm C) nm + 2 D) 2m + 1 E) 1

8. $3^{2x+2} - 10 \cdot 3^x + 1 = 0$

**denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) {–2, 0} B) {–1, 0} C) {0} D) {2} E) {0, 2}

*karekök*





9. $\left(\dfrac{a-2}{a+2}\right) : \left(1 - \dfrac{4}{a+2}\right)$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) –a B) –1 C) a D) 1 E) a + 1

10. $\dfrac{3(m-2)^2 - (m-2) - 10}{m - 4} = 2$

**olduğuna göre, m kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

11. $\dfrac{x^2 + 4x + m}{x^2 + nx}$

**ifadesinin en sade şekli $\dfrac{x+1}{x}$ olduğuna göre, m – n farkı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $px^2 - txy - p^2tx + t^2py$

**ifadesinin çarpanlarına ayrılmış şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (p – tx)(x – py) B) (xy – p)(tx – p) C) (px – ty)(x + pt) D) (px – ty)(x – pt) E) (x – ty)(px – t)

13. $\dfrac{2x^2 + x - 1}{2x^2 - x} : \dfrac{x^2 + x}{2x}$

**ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –x B) $-\dfrac{1}{x}$ C) $\dfrac{1}{x}$ D) $\dfrac{2}{x}$ E) x

14. $\dfrac{x^2}{b} - x - \dfrac{a}{b}x + a$

**ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x - \dfrac{1}{b}$ B) $x - \dfrac{a}{b}$ C) $\dfrac{x}{b} - 1$ D) x + a E) $x + \dfrac{1}{b}$

*karekök*

15. $25^x - 4 \cdot 5^x - 5 = 0$

**denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) {–1} B) {1} C) {5} D) {0, 5} E) {1, 5}

16. $\dfrac{xy^2 + 2xy - y - 2}{2y + 4} : \dfrac{x^2y - xy - x + 1}{x - 1}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –1 B) $-\dfrac{1}{2}$ C) –x D) $-\dfrac{1}{x}$ E) $\dfrac{1}{2}$



| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | D | E | A | E | D | E | A | D | D | C | D | D | C | B | E |

## ÖSYS SORULARI



**1.** $\dfrac{abx^2-(a+b)x+1}{ax-1}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(a-b)x$ B) $\left(1-\dfrac{b}{a}\right)x$ C) $ax+1$

D) $abx$ E) $bx-1$

(ÖYS 1987)

**2.** $b+\dfrac{a}{b}=2,\ b\in Z$

**olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi a nın bir çarpanıdır?**

A) $b-1$ B) $b+1$ C) $b^2-2$

D) $2+b$ E) $2-b$

(ÖSS 1991)

**3.** $(a-x)(b-y)+xy-x(y-b)-y(x-a)$

**ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) ab B) xy C) –xy D) ax E) by

(ÖSS 1991)

**4.** $\dfrac{a^2-ba-a+b}{a-1}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $b-a$ B) $a-b$ C) $a+b$

D) $a-1$ E) $a+1$

(ÖSS 1992)

**5.** $\left(\dfrac{x+5}{5-x}\right):\left(1+\dfrac{10}{x-5}\right)$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

(ÖYS 1993)

**6.** $a=-2b$

**olduğuna göre,** $\dfrac{a^2-8ab}{8b^2-ab}$ **nin değeri kaçtır?**

A) –3 B) –1 C) 2 D) 4 E) 6

(ÖSS 1995)

**7.** $\dfrac{4ab-2a-2b^2+b}{2a-b}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2a-b$ B) $2a-1$ C) $2a-2b$

D) $2b-a$ E) $2b-1$

(ÖSS 1995)

**8.** m bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\frac{(m+3)^2-2m(m+3)+m^2}{(7-m)-(p-m)}=3$$

**eşitliğini sağlayan p değeri kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖSS 1995)





**9.** $\dfrac{3ab-3xb+xy-ay}{x-a}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –1 B) 1 C) $x-3b$

D) $y-3x$ E) $y-3b$

(ÖSS 1996)

**10.** $\dfrac{[(102\cdot13)+(12\cdot102)]-[(39\cdot102)-(102\cdot15)]}{3^4-4^3}$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) 14 B) 13 C) 12 D) 9 E) 6

(ÖYS 1997)

**11.** $\dfrac{4a^3+16a^2}{4a^2+12a}:\dfrac{a^3-16a}{a^2-a-12}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) 2 C) $\dfrac{a}{2}$ D) a E) $a^2$

(ÖYS 1997)

**12.** $\dfrac{x^2+ax+b}{x^2+11x+28}\cdot\dfrac{x^2+4x-21}{x^2-9}=\dfrac{x+2}{x+3}$

**olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?**

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

(ÖSS 2001)

**13.** $\dfrac{a^2-2bc-2ac-b^2}{a+b}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $a-b-2c$ B) $a-b+2c$

C) $a+b+2c$ D) $a-b-c$

E) $a+b+c$

(ÖSS 2002)

**14.** $\dfrac{x^2-\left(b+\dfrac{1}{a}\right)x+\dfrac{b}{a}}{x-\dfrac{1}{a}}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x-a$ B) $x-b$ C) $x+a$

D) $x+b$ E) $ax-b$

(ÖSS 2005)

**15.** $\left(\dfrac{x}{1+x}-\dfrac{1}{1-x}\right):\left(\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{x}{1-x}\right)$

**işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) –1 C) x D) $1-x$ E) $1+x$

(ÖSS 2006 II)

**16.** $\left(\dfrac{x}{x+y}-\dfrac{x-y}{x}\right):\left(\dfrac{x}{x-y}-\dfrac{x+y}{x}\right)$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) x C) y

D) $\dfrac{x+y}{x-y}$ E) $\dfrac{x-y}{x+y}$

(ÖSS 2008 II)

**17.** $\dfrac{a^2-2a-3}{\left(\dfrac{1}{a}+1\right)\left(\dfrac{3}{a}-1\right)}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-3a^2$ B) $-a^2$ C) $2a^2$ D) $a-2$ E) $a+1$

(ÖSS 2009 I)

**18.** $x^3-2y=7$

$x^4-2xy=21$

**olduğuna göre, x kaçtır?**

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

(YGS 2010)

**19.** $(3x-1)(x+1)+(3x-1)(x-2)=0$

**eşitliğini sağlayan x gerçel sayılarının toplamı kaçtır?**

A) $\dfrac{2}{3}$ B) $\dfrac{3}{4}$ C) $\dfrac{3}{5}$ D) $\dfrac{5}{6}$ E) $\dfrac{7}{6}$

(LYS 2010)

**20.** $f(x)=\dfrac{(1+x+x^2+x^3)(1-x)^2}{1-x-x^2+x^3}$

**olduğuna göre, $f(\sqrt{2})$ değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(LYS 2010)

**21.** $\dfrac{a^4-a^3}{a^4+a^2}\cdot\dfrac{a^2+1}{a^2-a}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $a-1$ B) $a$ C) 1 D) $a+1$ E) $a^2+1$

(LYS 2011)

**22.** $\dfrac{2(x-y)}{x-y-1}+\dfrac{x-y-1}{x-y-2}=3$

**olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?**

A) $\dfrac{-1}{2}$ B) $\dfrac{-2}{3}$ C) $\dfrac{4}{3}$ D) $\dfrac{5}{3}$ E) $\dfrac{5}{4}$

(LYS 2011)





| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | E | 2 | E | 3 | A | 4 | B | 5 | B | 6 | C |
| 12 | C | 13 | A | 14 | B | 15 | B | 16 | E | 17 | B |
| 7 | E | 8 | C | 9 | E | 10 | E | 11 | A | | |
| 18 | A | 19 | D | 20 | C | 21 | C | 22 | D | | |

# BÖLÜM 2

## Özdeşlikler

**KÖŞETAŞI KAZANIMLAR**

1. Verilen iki ifadeyi $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ özdeşliğinden yararlanarak çarpanlarına ayırır.
2. Parantezli ifadeleri $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ özdeşliğinden yararlanarak çarpanlarına ayırır.
3. Reel sayılarda $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ özdeşliğini kullanarak işlem yapar.
4. Verilen köklü ifadelerde iki kare farkı özdeşliğini kullanarak işlem yapar.
5. $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ özdeşliğinden yararlanarak kareleri farkı verilen tam sayıların değerini bulur.
6. Tam kare ifadelerin açılımını ve açılımları verilen tam kare ifadeleri yazar.
7. $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ özdeşliğinden yararlanarak değer hesaplar.
8. $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$ özdeşliğinden yararlanarak değer hesaplar.
9. Tam kare ifadelerden yararlanarak bazı köklü ifadelerin değerini bulur.
10. İki terimli ifadelerin küp açılımını yapar.
11. $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$ ve $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$ özdeşliklerinden yararlanarak değer hesaplar.
12. İki küp farkı ve iki küp toplamı özdeşliklerinden yararlanarak sadeleştirme yapar.
13. Binom açılımlarını yazar ve ifadede verilen binom açılımlarını tanıyıp değerlerini hesaplar.
14. $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$ özdeşliğinden yararlanarak değer hesaplar.

## köşetaşı

**Aşağıdakilerden hangisi $4x^2 - 1$ ifadesinin bir çarpanıdır?**

A) x B) 2x C) x – 1 D) 2x – 1 E) x + 1

## açıklamalı çözüm

**İki Kare Farkı Özdeşliği**

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

ifadesine iki kare farkı denir. İki terimin arasında eksi işareti varsa iki kare farkı haline getirilebilir ve çarpanlarına ayrılabilir. Aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

- $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$
- $a^2 - 4 = a^2 - 2^2 = (a - 2)(a + 2)$
- $x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x - 1)(x + 1)$
- $9x^2 - 4y^2 = (3x)^2 - (2y)^2 = (3x - 2y)(3x + 2y)$
- $a^{10} - b^{10} = (a^5)^2 - (b^5)^2 = (a^5 - b^5)(a^5 + b^5)$
- $9^x - 4^x = (3^x)^2 - (2^x)^2 = (3^x - 2^x)(3^x + 2^x)$
- $x - y = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$

**Köşetaşının Çözümü:**

$4x^2 - 1 = (2x)^2 - 1^2 = (2x - 1)(2x + 1)$

D şıkkındaki $2x - 1$ ifadesi $4x^2 - 1$ ifadesinin bir çarpanıdır.

**1. Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayrınız.**

a) $9x^2 - 4$

b) $25a^2 - 1$

c) $16^x - 25$

d) $\sin^2 x - \cos^2 x$

e) $a^4 - b^4$

f) $m^2 - 7n^2$

g) $1001^2 - 999^2$

h) $144x^2 - 1$

a) $(3x - 2)(3x + 2)$
b) $(5a - 1)(5a + 1)$
c) $(4^x - 5)(4^x + 5)$
d) $(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)$
e) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$
f) $(m - \sqrt{7}n)(m + \sqrt{7}n)$
g) $(1001 - 999)(1001 + 999)$
h) $(12x - 1)(12x + 1)$

**2.** $\left(\frac{1}{x^2} - \frac{4}{y^2}\right) \cdot \left(\frac{x^2y^2}{2x - y}\right)$

**ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2x + y B) x + y C) 4y – x D) –2x – y E) –2x – 4y

**3.** $\left(\frac{2a^2 - 2}{1 + 2a}\right) : \left(\frac{a + 1}{a + \frac{1}{2}}\right)$

**ifadesinin sadeleştirilmiş hali aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a B) a – 1 C) a + 1 D) 2a E) 2a – 1

*karekök*



D | B



## köşetaşı

$$\frac{(a - b + c)^2 - (a + b - c)^2}{b - c}$$

**ifadesinin sade halini bulunuz.**

## açıklamalı çözüm

$$\boxed{a - b + c}^2 - \boxed{a + b - c}^2 = \left(\boxed{a - b + c} - \boxed{a + b - c}\right)\left(\boxed{a - b + c} + \boxed{a + b - c}\right)$$

$(a - b + c)^2 - (a + b - c)^2 = [(a - b + c) - (a + b - c)] \cdot [(a - b + c) + (a + b - c)]$

$= [a - b + c - a - b + c] \cdot [a - b + c + a + b - c]$

$= [2c - 2b] \cdot [2a]$

$= 2(c - b) \cdot 2a$

$= 4a(c - b)$

Şimdi köşetaşındaki ifadeyi ele alalım:

$$\frac{(a - b + c)^2 - (a + b - c)^2}{b - c} = \frac{4a(c - b)}{-(-b + c)} = -4a$$

**1. Aşağıdaki ifadeleri iki kare farkı özdeşliğini kullanarak çarpanlarına ayırınız.**

a) $(a - b)^2 - (a + b)^2$

b) $(x - y - 1)^2 - (x + y + 1)^2$

c) $(3x - 1)^2 - (2x + 1)^2$

d) $(x + y)^2 - x^2$

e) $(x - 1)^2 - x^2$

f) $(a + b - 1)^2 - (a - b)^2$

g) $(x + 1)^2 - (x - 1)^2$

h) $(2x - y - z)^2 - (x + y - z)^2$

a) $-4ab$
b) $-4x(y + 1)$
c) $5x(x - 2)$
d) $y(2x + y)$
e) $1 - 2x$
f) $(2a - 1)(2b - 1)$
g) $4x$
h) $(3x - 2z)(x - 2y)$

**2.** $\frac{(a + 2b - 1)^2 - (2a - b + 1)^2}{3b - a - 2}$

**ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a – 3b B) 3a + b C) a + 2b D) a + b E) a – b

**3.** $\frac{(x - 2)^2 - y^2}{x - y - 2} = 11$

**olduğuna göre, x + y değeri kaçtır?**

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

*karekök*



B | E

## köşetaşı

$313^2 - 287^2 - 24 \cdot 600$

**işleminin sonucu kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

Sayılarda işlem yaparken bazen özdeşliklerden ve çarpanlara ayırma yöntemlerinden yararlanılabilir.

Köşetaşındaki işlemde iki kare farkı özdeşliği ve ortak çarpan parantezine alma yöntemi kullanılabilir.

$313^2 - 287^2 - 24 \cdot 600$

$= (313^2 - 287^2) - 24 \cdot 600$

$= (313 - 287)(313 + 287) - 24 \cdot 600$

$= 26 \cdot 600 - 24 \cdot 600$

$= 600(26 - 24)$

$= 600 \cdot 2$

$= 1200$

**1. Aşağıdaki işlemleri iki kare farkı özdeşliğinden yararlanarak yapınız.**

a) $101^2 - 99^2$

b) $501^2 - 499^2$

c) $82^2 - 81^2$

d) $1{,}1^2 - 0{,}9^2$

e) $\left(1+\frac{3}{2}\right)^2 - \left(1-\frac{3}{2}\right)^2$

f) $233^2 - 197^2 - 35 \cdot 430$

g) $37^2 - 35^2 - 11^2$

h) $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$

a) 400 b) 2000 c) 163 d) 0,4 e) 6 f) 430 g) 23 h) 2

karekök

**2.** $139^2 - 122^2 = 17 \cdot p$

**olduğuna göre, p kaçtır?**

A) 248 B) 253 C) 261 D) 272 E) 283

**3.** $\dfrac{(5{,}1)^2 - (4{,}9)^2}{(1{,}1)^2 - (0{,}9)^2}$

**ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 0,2 B) 0,5 C) 2 D) 5 E) 10



C D



## köşetaşı

$a = \sqrt{7} + 1$

**olduğuna göre, (a + 1)(a – 3) çarpımının sonucu kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

İki kare farkı özdeşliğini

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

şeklinde de kullanabiliriz. Köklü sayıların eşlenikleriyle çarpımı bu özdeşliğe uygundur.

Aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$

$(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4$

$(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})(2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}) = (2\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{2})^2 = 20 - 18 = 2$

$(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = 1^2 - (\sqrt{2})^2 = 1 - 2 = -1$

**Köşetaşının Çözümü:**

a yerine $\sqrt{7} + 1$ yazalım

$(a + 1)(a - 3) = (\sqrt{7} + 1 + 1)(\sqrt{7} + 1 - 3)$

$= (\sqrt{7} + 2)(\sqrt{7} - 2) = (\sqrt{7})^2 - 2^2 = 7 - 4 = 3$

**1. Aşağıdaki işlemleri yapınız.**

a) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$

b) $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$

c) $(2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1)$

d) $(1 - 3\sqrt{2})(1 + 3\sqrt{2})$

e) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$

f) $(\sqrt{x} + 1)(1 - \sqrt{x})$

g) $(\sqrt{x+y} - \sqrt{x})(\sqrt{x+y} + \sqrt{x})$

h) $(\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y})(\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y})$

a) 2 b) 1 c) 11 d) –17 e) a – b f) 1 – x g) y h) 2y

karekök

**2.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}-1} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{2}$

**3.** $a = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

$b = \sqrt{5} + \sqrt{2}$

**olduğuna göre, a·b çarpımı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



C C

## *köşetaşı*

a ve b birer doğal sayıdır.

$a^2 - b^2 = 5$

**olduğuna göre, a kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

Harfli ifadelerde harflerin rolleri belirtildiğinde dikkatli olunmalıdır. Harf bazen bir doğal sayı bazen bir tam sayı bazen de bir reel sayı rolünde oynayabilir, rolünün dışına çıkma hakkı yoktur.

Örneğin a ve b nin çarpımları 5 olsun. Eğer a ve b birer reel sayıysa a = 2 ve b = $\frac{5}{2}$ olabilir. Ama reel sayı değil de tam sayı olsalardı, bu değerleri alamazlardı, çünkü $\frac{5}{2}$ bir tam sayı değildir.

Köşetaşındaki soru tamamen bu espiri üzerine kurgulanmıştır. a ve b birer doğal sayı olduğundan a + b kesinlikle bir doğal sayıdır, a – b ise bir tam sayıdır.

$a^2 - b^2 = 5$

$(a - b)(a + b) = 5$

eşitliğini sağlayan (a – b) ve (a + b) değerleri sırasıyla 1 ve 5 tir. Başka bir değer bulmak mümkün değildir.

$a - b = 1$
$a + b = 5$

$2a = 6 \Rightarrow a = 3$

**1. Aşağıdaki eşitlikleri sağlayan a ve b doğal sayı ikililerini bulunuz.**

a) $a^2 - b^2 = 23$

b) $a^2 - b^2 = 17$

c) $a^2 - 4b^2 = 13$

d) $4a^2 - b^2 = 23$

e) $9a^2 - b^2 = 11$

f) $16a^2 - b^2 = 7$

g) $a^2 - 9b^2 = -11$

h) $4a^2 - b^2 = -13$

*karekök*

h) (3, 7)
g) (5, 2)
f) (1, 3)
e) (2, 5)
d) (6, 11)
c) (7, 3)
b) (9, 8)
a) (12, 11)

**2.** a ve b pozitif tam sayılardır.

$a^2 - b^2 = 19$

**olduğuna göre, 2a + 3b ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 41 B) 43 C) 45 D) 47 E) 49

**3.** a ve b birer tam sayıdır.

$a^2 - b^2 = 23$

**olduğuna göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?**

A) –24 B) –12 C) 0 D) 12 E) 24



D C



## *köşetaşı*

$x^2 + y^2 = 52$

$x \cdot y = 24$

**olduğuna göre, $(x + y)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

**İki Terimlinin Karesi**

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

$(x + 2y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2y + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$

$(2x - 3y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

$(x - 1)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 = x^2 - 2x + 1$

$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = (\sqrt{x})^2 - 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + (\sqrt{y})^2 = x - 2\sqrt{xy} + y$

**Açılımları Kendimiz Bulalım**

$(x + y)^2 = (x + y)(x + y)$
$= x^2 + xy + xy + y^2$
$= x^2 + 2xy + y^2$

$(x - y)^2 = (x - y)(x - y)$
$= x^2 - xy - xy + y^2$
$= x^2 - 2xy + y^2$

Köşetaşının Çözümü:

$(x + y)^2$ ifadesinin değeri isteniyor. Bu ifadenin açılımını yapalım.

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$x^2 + y^2 = 52$ ve $x \cdot y = 24$ değerlerini yerine yazalım.

$(x + y)^2 = 52 + 2 \cdot 24 = 100$

**1. Aşağıdaki tam kare ifadelerin açılımlarını yapınız.**

a) $(x + 1)^2$

b) $(a + 5)^2$

c) $(2x - 1)^2$

d) $(2a + b)^2$

e) $(3^x + 2^x)^2$

f) $(5x - 2y)^2$

g) $(\sqrt{x} - 1)^2$

h) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$

*karekök*

h) $x + y + 2\sqrt{xy}$
g) $x - 2\sqrt{x} + 1$
f) $25x^2 - 20xy + 4y^2$
e) $9^x + 2 \cdot 6^x + 4^x$
d) $4a^2 + 4ab + b^2$
c) $4x^2 - 4x + 1$
b) $a^2 + 10a + 25$
a) $x^2 + 2x + 1$

**2.** $4x^2 + y^2 = 12$

$x \cdot y = 3$

**olduğuna göre, $(2x + y)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 18 B) 24 C) 30 D) 36 E) 42

**3. Aşağıdakilerden hangisinin açılımı**

$9x^2 - 12xy + 4y^2$

**ifadesine eşittir?**

A) $(3x - y)^2$ B) $(2x - 3y)^2$ C) $(3x - 2y)^2$
D) $(3x + 2y)^2$ E) $(2x + 3y)^2$



B C

## köşetaşı

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

**olduğuna göre, $x + \frac{1}{x}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

İki terimlinin terimleri birbirinin çarpmaya göre tersi ise, karesinin açılımında sadeleşme olur.

Şöyle ki;

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 \cdot \not{x} \cdot \frac{1}{\not{x}} + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$\left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right) = \frac{m^2}{n^2} - 2 \cdot \frac{\not{m}}{\not{n}} \cdot \frac{\not{n}}{\not{m}} + \frac{n^2}{m^2} = \frac{m^2}{n^2} + \frac{n^2}{m^2} - 2$$

$$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2 = (\sqrt{x})^2 - 2 \cdot \not{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\not{\sqrt{x}}} + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2 = x + \frac{1}{4x} - 1$$

Köşetaşında değeri istenen ifadenin karesini alalım.

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 7 + 2 = 9 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = \mp 3$$

İfadenin pozitif değeri istendiğinden yanıt 3 tür.

**1. Aşağıdaki tam kare ifadelerin açılımlarını yapınız.**

a) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$

b) $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^2$

c) $\left(x + \frac{1}{2x}\right)^2$

d) $\left(3x - \frac{1}{3x}\right)^2$

e) $\left(2x + \frac{1}{3x}\right)^2$

f) $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$

g) $\left(\frac{2a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2$

h) $\left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}}\right)^2$

(Cevaplar) a) $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$ b) $4x^2 + \frac{1}{x^2} - 4$ c) $x^2 + \frac{1}{4x^2} + 1$ d) $9x^2 + \frac{1}{9x^2} - 2$ e) $4x^2 + \frac{1}{9x^2} + \frac{4}{3}$ f) $x + \frac{1}{x} + 2$ g) $\frac{4a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - 4$ h) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2$

karekök

**1.** $x + \frac{1}{x} = 3$

**olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

**2.** $\frac{m^2}{n^2} + \frac{n^2}{m^2} = 11$

**olduğuna göre, $\left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11



C D



## köşetaşı

$$x - \frac{1}{x} = 7$$

**olduğuna göre, $x + \frac{1}{x}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$
$$-$$
$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$$

Yukarıdaki gibi iki tam kare açılımı taraf tarafa çıkarılırsa, $(x + y)^2$ nin $(x - y)^2$ den $4xy$ kadar büyük olduğu fark edilir. Buna göre, köşetaşını çözelim.

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 49 = 4$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 53 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = \mp\sqrt{53}$$

Değeri istenen ifadenin $\sqrt{53}$ ve $-\sqrt{53}$ olmak üzere iki farklı değeri vardır.

Pozitif olan değeri istendiğinden yanıt $\sqrt{53}$ tür.

**1. Aşağıdaki sorularda verilenlere göre istenenleri hesaplayınız.**

a) $x + \frac{1}{x} = 5$ ise, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = ?$

b) $2x - \frac{1}{x} = 3$ ise, $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^2 = ?$

c) $x + \frac{1}{2x} = 4$ ise, $\left(x - \frac{1}{2x}\right)^2 = ?$

d) $\left(3x - \frac{1}{3x}\right)^2 = 17$ ise, $\left(3x + \frac{1}{3x}\right)^2 = ?$

e) $\left(3x - \frac{1}{x}\right)^2 = 13$ ise, $3x + \frac{1}{x} = ?$

f) $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{7}$ ise, $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = ?$

(Cevaplar) a) 21 b) 17 c) 14 d) 21 e) −5 veya 5 f) 11

karekök

**2.** $2x + \frac{1}{4x} = 8$

**olduğuna göre, $2x - \frac{1}{4x}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?**

A) $\sqrt{62}$ B) 8 C) $\sqrt{66}$ D) $\sqrt{68}$ E) 9

**3.** $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 5$

**olduğuna göre, $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 27 B) 29 C) 31 D) 33 E) 351



A B

## *köşetaşı*

$\sqrt{2012 \cdot 2018 + 9}$

**işleminin sonucu kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

özdeşliklerini çok iyi tanımamız gerekiyor.

Örneğin; $x^2 - 12x + 36$ ifadesinin $(x - 6)^2$ nin açılımı olduğunu görür görmez fark etmemiz gerekiyor. Şimdi aşağıda verilen ifadeleri tam kare şeklinde yazmaya çalışınız.

$x^2 - 4x + 4 =$

$x^2 + 18x + 81 =$

$4x^2 - 20x + 25 =$

Köşetaşını çözmek için 2012 = x dönüşümünü yapalım. Bu durumda 2018 = 2012 + 6 = x + 6 olur.

$$\sqrt{2012 \cdot 2018 + 9} = \sqrt{x(x+6)+9} = \sqrt{x^2 + 6x + 9}$$

$$= \sqrt{(x+3)^2} = |x + 3| = 2012 + 3 = 2015$$

**1. Aşağıdaki işlemleri yapınız.**

a) $\sqrt{1923 \cdot 1927 + 4}$

b) $\sqrt{1001 \cdot 1007 + 9}$

c) $\sqrt{1234 \cdot 1232 + 1}$

d) $\sqrt{527 \cdot 519 + 16}$

e) $\sqrt{13579 \cdot 13589 + 25}$

f) $\sqrt{102 \cdot 98 - 103 \cdot 97}$

(Cevaplar: a) 1925 b) 1004 c) 1233 d) 523 e) 13584 f) $\sqrt{5}$)

**2.** $\sqrt{2012 \cdot 2007 - 2016 \cdot 2003}$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) 14 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

**3.** $\sqrt{477 \cdot 479 + 1}$

**işleminde 473 = x dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?**

A) x B) x + 5 C) x + 10 D) x + 15 E) x + 25

*karekök*



E B



## *köşetaşı*

$(x - 2y)^3$

**ifadesinin açılımı nedir?**

## *açıklamalı çözüm*

**İki Terimlinin Küpünün Açılımı**

$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

İki terimlinin kuvvetlerinin açılımını yapmanın genel yolunu sonra öğreneceğiz. Yukarıda verilen küp açılımlarını ezbere bilmeniz yetmeyecek, açılımı görür görmez kapalı halini de (eşitliklerin sol tarafını da) fark edebilmeniz gerekecek.

Aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

- $(x - 1)^3 = x^3 - 3x^2 \cdot 1 + 3x \cdot 1^2 - 1^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
- $(x + 2)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
- $(2x - 3y)^3 = (2x)^3 - 3(2x)^2 \cdot (3y) + 3 \cdot (2x)(3y)^2 - (3y)^3 = 8x^3 - 36x^2y \cdot (3y) + 54xy^2 - 27y^3$

**Köşetaşının Çözümü:**

$(x - 2y)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2(2y) + 3x(2y)^2 - (2y)^3$

$= x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$

**1. Aşağıdaki ifadelerin açılımlarını yapınız.**

a) $(x - 3)^3$

b) $(2x - 1)^3$

c) $(a + 2b)^3$

d) $(a + 1)^3$

e) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3$

f) $\left(x - \frac{2}{x}\right)^3$

g) $(3x + 2y)^3$

h) $(x^2 + 1)^3$

(Cevaplar: a) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$ b) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$ c) $a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$ d) $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$ e) $x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$ f) $x^3 - 6x + \frac{12}{x} - \frac{8}{x^3}$ g) $27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3$ h) $x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1$)

**2.** $(x - 2)^3$ **ifadesinin açılımı yapıldığında** $x^2$ **li terimin katsayısı kaç olur?**

A) –6 B) –3 C) 3 D) 6 E) 2

**3.** $x^3 - 12x^2 + 48x - 64$

**ifadesi aşağıdakilerden hangisinin açılımıdır?**

A) $(x - 8)^3$ B) $(x - 4)^3$ C) $(x + 8)^3$ D) $(x + 4)^3$ E) $(x - 2)^3$

*karekök*



A B

## *köşetaşı*

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

**olduğuna göre, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

İki terimlinin terimleri birbirinin çarpmaya göre tersi ise, açılımında sadeleşmeler olur.

Köşetaşında verilen ifadenin küpünü alalım.

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 3^3$$

$$x^3 + 3x^2\frac{1}{x} + 3x\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 27$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot 3 = 27$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

Bir de küp açılımı düzenlenerek aşağıdaki şekle getirilebilir.

Bu şekliyle kullanılırsa köşetaşındaki soru göz ucuyla çözülebilir.

- $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$
- $x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$

**ELDE EDEBİLİRİZ**

- $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
  $(x + y)^3 - 3x^2y - 3xy^2 = x^3 + y^3$
  $(x + y)^3 - 3xy(x + y) = x^3 + y^3$
- $(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
  $(x - y)^3 + 3x^2y - 3xy^2 = x^3 - y^3$
  $(x - y)^3 + 3xy(x - y) = x^3 - y^3$

**1. Aşağıdaki sorularda verilenlere göre, istenenlerin değerini hesaplayınız.**

a) $x - \frac{1}{x} = 5$ ise, $x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$

b) $x + \frac{1}{x} = 6$ ise, $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

c) $2x - \frac{1}{x} = 3$ ise, $8x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$

d) $x + \frac{1}{2x} = 4$ ise, $x^3 + \frac{1}{8x^3} = ?$

e) $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 6$ ise, $\frac{a^3}{b^3} - \frac{b^3}{a^3} = ?$

f) $\frac{2a}{b} + \frac{b}{a} = 4$ ise, $\frac{8a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3} = ?$

(Cevaplar: a) 140 b) 198 c) 45 d) 58 e) 234 f) 40)

**2.** $a + b = 7$

$a \cdot b = 9$

**olduğuna göre, $a^3 + b^3$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 144 B) 152 C) 154 D) 156 E) 160

*karekök*

**3.** $x - \frac{1}{2x} = -3$

**olduğuna göre, $2x^3 - \frac{1}{4x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?** *(İstenen ifadeyi 2 parantezine alınız.)*

A) –57 B) –59 C) –61 D) –63 E) –65



C D



## *köşetaşı*

$$\frac{x^2 + x}{x^2 + x + 1} : \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$$

**ifadesinin en sade şekli nedir?**

## *açıklamalı çözüm*

**İki Küp Toplamı ve İki Küp Farkı**

$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

Yukarıda verilen özdeşliklere göre, çarpanlarına ayrılan aşağıdaki ifadeleri inceleyiniz.

$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$

$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

$x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

$8x^3 + 1 = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$

**Köşetaşının Çözümü:**

$$\frac{x^2 + x}{x^2 + x + 1} : \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1} = \frac{x(x + 1)}{x^2 + x + 1} : \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)}$$

$$= \frac{x(x + 1)}{x^2 + x + 1} \cdot \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} = x$$

**ELDE EDEBİLİRİZ**

$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$
$= (x + y)[(x + y)^2 - 3xy]$
$= (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

**1. Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız.**

a) $a^3 + b^3$

b) $a^3 - b^3$

c) $a^3 - 1$

d) $a^3 + 1$

e) $8a^3 + 1$

f) $8a^3 - 1$

g) $27a^3 - 8b^3$

h) $8a^3 + 27b^3$

(Cevaplar: a) $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ b) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ c) $(a - 1)(a^2 + a + 1)$ d) $(a + 1)(a^2 - a + 1)$ e) $(2a + 1)(4a^2 - 2a + 1)$ f) $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$ g) $(3a - 2b)(9a^2 + 6ab + 4b^2)$ h) $(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$)

**2.** $\left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}\right) : \frac{a^2 - ab + b^2}{ab}$

**ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a – b B) a + b C) a D) ab E) b

*karekök*

**3.** $\frac{999^3 + 1}{999^2 - 998}$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) 998 B) 999 C) 1000 D) 1001 E) 1002



B C

## 2.13



### köşetaşı

$(x - y)^5$

**ifadesinin açılımını yapınız.**

### açıklamalı çözüm

**İki Terimlilerin Kuvvetlerinin Açılımı**

$(x + y)^n$ nin açılımı iki adımda yapılır.

1. Adım: Açlımın birinci terimi $x^n y^0$ dır. İkinci terimde x in üzeri bir azaltılır, y nin üzeri bir artırılır. Sonraki terimlerde bu işlem devam ettirilir ve son terim $x^0 y^n$ olur.

$(x + y)^4$ ün açılımı yapılırken 1. adım aşağıdaki gibi gerçekleşir.

$(x + y)^4 = ...x^4y^0 + ...x^3y^1 + ...x^2y^2 + ...x^1y^3 + ...x^0y^4$

2. Adım: Paskal üçgeninde n nin bulunduğu satırdaki sayılar sırasıyla katsayı olarak 1. adımda elde edilen terimlerin başına yazılır.

$(x + y)^4 = 1x^4y^0 + 4x^3y^1 + 6x^2y^2 + 4xy^3 + 1x^0y^4$

$= x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$

Eğer $(x - y)^4$ ifadesinin açılımı istenseydi açılımın birinci terimi +, ikincisi –, üçüncüsü +, .... olacak şekilde terimlerin işaretleri değiştirilirdi.

**Köşetaşının Çözümü:**

$(x - y)^5 \xrightarrow{\text{1. adım}} = ...x^5y^0 - ...x^4y^1 + ...x^3y^2 - ...x^2y^3 + ...x^1y^4 - ...x^0y^5$

$\xrightarrow{\text{2. adım}} = 1x^5y^0 - 5x^4y^1 + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - 1x^0y^5$

$= x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$

**KELİME DAĞARCIĞI**

*Bİ - NOM*
*iki - terimli*
*TRİ - NOM*
*üç - terimli*
*POLİ - NOM*
*çok - terimli*
*POLİ - KLİNİK*
*çok - muayenehaneli*

**PASKAL ÜÇGENİ**

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

**1. Aşağıdaki ifadelerin açılımlarını yapınız.**

a) $(x + y)^5$
b) $(x - 2y)^4$
c) $(2a + b)^4$
d) $(x - 1)^4$
e) $(x + 1)^4$
f) $(x - 2)^4$
g) $(a - 1)^5$
h) $(a + 2)^5$

a) $x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$
b) $x^4 - 8x^3y + 24x^2y^2 - 32xy^3 + 16y^4$
c) $16a^4 + 32a^3b + 24a^2b^2 + 8ab^3 + b^4$
d) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$
e) $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$
f) $x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$
g) $a^5 - 5a^4 + 10a^3 - 10a^2 + 5a - 1$
h) $a^5 + 10a^4 + 40a^3 + 80a^2 + 80a + 32$

karekök

**2.** $(x - 3)^6$

**ifadesinin açılımı x in azalan kuvvetlerine göre yapıldığında baştan üçüncü terimin katsayısı kaç olur?**

A) –135 B) –96 C) 96 D) 135 E) 144

**3. x = 19 ve y = 17 için**

$x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$

**ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 22 B) 20 C) 16 D) 12 E) 4



D C

## 2.14



### köşetaşı

$a + b - c = 10$

$a^2 + b^2 + c^2 = 14$

**olduğuna göre, ab – ac – bc ifadesinin değeri kaçtır?**

### açıklamalı çözüm

**Üç Terimlinin Karesi**

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$

$(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab - ac - bc)$

$(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(-ab - ac + bc)$

Aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

$(x + y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy - xz - yz)$

$(x + y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 + 2(xy - x - y)$

$(x + 2y + 1)^2 = x^2 + 4y^2 + 1 + 2(2xy + x + 2y)$

**Köşetaşının Çözümü:**

$(a + b - c)^2$ ifadesinin açılımını yapalım.

$(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab - ac - bc)$

$a + b - c = 10$ ve $a^2 + b^2 + c^2 = 14$ değerlerini yerine yazalım.

$10^2 = 14 + 2(ab - ac - bc)$

$86 = 2(ab - ac - bc)$

$43 = ab - ac - bc$

**Açılımları Kendimiz Bulabiliriz**

*$(a - b + c)^2$ açılımını*

*$(a - b + c)(a - b + c)$ çarpımını yaparak elde edebiliriz.*

**1. Aşağıdaki üç terimli ifadelerin açılımlarını yapınız.**

a) $(x + y + z)^2$
b) $(x - y - z)^2$
c) $(a + 2b + c)^2$
d) $(a + b - 2c)^2$
e) $(x - y - 1)^2$
f) $(a + b - 2)^2$
g) $(2a + b + 1)^2$
h) $(a - 3b - 2)^2$

a) $x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz)$
b) $x^2 + y^2 + z^2 + 2(yz - xy - xz)$
c) $a^2 + 4b^2 + c^2 + 2(2ab + 2bc + ac)$
d) $a^2 + b^2 + 4c^2 + 2(ab - 2ac - 2bc)$
e) $x^2 + y^2 + 1 + 2(y - xy - x)$
f) $a^2 + b^2 + 4 + 2(ab - 2a - 2b)$
g) $4a^2 + b^2 + 1 + 2(2ab + 2a + b)$
h) $a^2 + 9b^2 + 4 + 2(6b - 2a - 3ab)$

karekök

**2.** $a + b + c = 6$

$ab + ac + bc = 10$

**olduğuna göre, $a^2 + b^2 + c^2$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

**3.** $x^2 + y^2 + z^2 = 25$

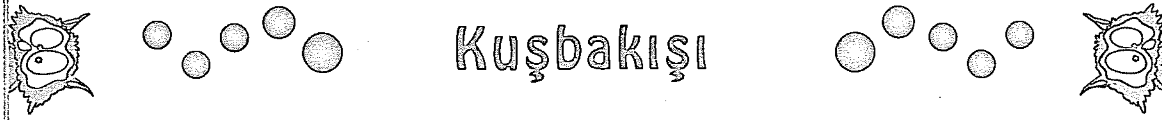
$xy - yz - xz = 12$

**olduğuna göre, x + y – z ifadesinin pozitif değeri kaçtır?**

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9



C C




## ÖZDEŞLİKLER

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Üçgen yardımıyla $(a + b)^4$ ve $(a - b)^5$ ifadelerini açalım;

$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^2 + b^4$

$(a - b)^5 = a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5$

*Pascal Üçgeni*

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$

$(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab - ac - bc)$

$(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(-ab - ac + bc)$

## TARAMA TESTİ



**1.** $16a^2 - 5b^2$

**ifadesinin çarpanlarına ayrılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(4a - 5b)(4a + 5b)$
B) $(2a - 5b)(2a + 5b)$
C) $(4a - \sqrt{5}b)(4a + \sqrt{5}b)$
D) $(2a - \sqrt{5}b)(2a + \sqrt{5}b)$
E) $(4a - \sqrt{5}b)(4a - \sqrt{5}b)$

**2.** $\dfrac{(m-2)^2 - n^2}{m - n - 2} = 5$

**olduğuna göre, m + n değeri kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

**3.** $155^2 - 149^2 = 19p$

**olduğuna göre, p kaçtır?**

A) 6 B) 12 C) 16 D) 24 E) 96

**4.** $x = \sqrt{7}$

**olduğuna göre, $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

**5.** a ve b pozitif tam sayılardır.

$a^2 - b^2 = 11$

**olduğuna göre, 2a + b toplamının değeri kaçtır?**

A) 12 B) 13 C) 15 D) 16 E) 17

**6.** $(3a - b)^2$

**ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $9a^2 - 6ab + b^2$
B) $3a^2 - 6ab + b^2$
C) $9a^2 + 6ab + b^2$
D) $3a^2 + 6ab + b^2$
E) $9a^2 - 3ab + b^2$

*karekök*

**7.** $a + \dfrac{1}{a} = 6$

**olduğuna göre, $a^2 + \dfrac{1}{a^2}$ toplamı kaçtır?**

A) 34 B) 35 C) 36 D) 37 E) 38

**8.** $a + \dfrac{1}{a} = 4$

**olduğuna göre, $a - \dfrac{1}{a}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?**

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) 4

9. $\sqrt{803 \cdot 809 + 9}$

**ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 803 B) 804 C) 805 D) 806 E) 808

10. $\dfrac{8a^3 - 1}{4a^2 + 2a + 1}$

**ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a – 1 B) 2a – 1 C) 2a + 1 D) a + 1 E) 2a + a + 1

11. $3a + \dfrac{1}{a} = 4$

**olduğuna göre, $27a^3 + \dfrac{1}{a^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 32

12. $\left(\dfrac{a^2 + b^2}{a} + b\right) : \dfrac{a^3 - b^3}{a}$

**ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a – b B) $\dfrac{1}{a-b}$ C) a + b D) $a^2 + ab$ E) $\dfrac{1}{a+b}$

13. $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5 = 32$

**olduğuna göre, x – y farkının değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $x + y + z = 8$

$x^2 + y^2 + z^2 = 20$

**olduğuna göre, xy + yz + xz ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 22 B) 24 C) 36 D) 40 E) 44



| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 C | 2 E | 3 E | 4 E | 5 E | 6 A | 7 A | 8 C | 9 D | 10 B | 11 D | 12 B | 13 B | 14 A |

## KONU TESTİ - 1



1. $\dfrac{(a+b)^2 - (b+1)^2}{a + 2b + 1}$

**en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a – b – 1 B) a – 1 C) a – b D) a + b E) a + b – 1

2. $x = 4 - \sqrt{15}$

$y = 4 + \sqrt{15}$

**olduğuna göre, $\sqrt{xy}$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

3. $x^2 - xy = 40$

$xy - y^2 = 4$

**olduğuna göre, x – y nin pozitif değeri kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $2a - \dfrac{1}{2a} = 3$

**olduğuna göre, $4a^2 + \dfrac{1}{4a^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

5. $a = \sqrt[3]{11} + 1$

**olduğuna göre, $a^3 - 3a^2 + 3a + 4$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

6. İki reel sayının toplamı 6, çarpımları 4 tür.

**Bu iki reel sayının küpleri toplamı kaçtır?**

A) 132 B) 136 C) 140 D) 144 E) 148

7. $a - \dfrac{1}{a+1} = 4$

**olduğuna göre, $(a+1)^2 + \dfrac{1}{(a+1)^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

8. $\dfrac{3^{x+1} + 3}{9^x - 1} = \dfrac{3}{8}$

**olduğuna göre, x kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

**9.** $\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} = 2$

**olduğuna göre, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ toplamının değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

**10. Aşağıdakilerden hangisi $x^6 - 1$ ifadesinin çarpanlarından biri <u>değildir</u>?**

A) $x - 1$ B) $x^2 + 2x + 1$

C) $x^2 + x + 1$ D) $x^2 - x + 1$

E) $x + 1$

**11. a ve b birer gerçel sayı ve**

$a^3 - 3a^2b = 22$

$b^3 - 3ab^2 = -5$

**olduğuna göre, a – b farkı kaçtır?**

A) –3 B) –1 C) 0 D) 1 E) 3

**12.** $\sqrt{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 + 1}$

**ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 207 B) 208 C) 209 D) 210 E) 211

**13.** $a + b = 10 + c$

$a^2 + b^2 + c^2 = 14$

**olduğuna göre, ab – ac – bc ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 41 B) 42 C) 43 D) 44 E) 45

**14.** $\frac{1009^3 - 1}{1009^2 + 1010}$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) 1006 B) 1007 C) 1008 D) 1009 E) 1010

*karekök*

**15.** $a \neq -1$

$a^3 + 1 = 0$

**olduğuna göre, $a^2 + 2$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) –a – 1 B) –1 C) a D) a + 1 E) 1

**16.** $\left(\frac{m}{m-1} - \frac{m}{m+1}\right) : \frac{m^2}{m^2 - m}$

**ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –m B) $\frac{1}{m-1}$ C) $\frac{2}{m+1}$

D) m + 1 E) 2m



| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | B | 2 | A | 3 | D | 4 | D | 5 | E | 6 | D | 7 | E | 8 | E | 9 | B | 10 | B | 11 | E | 12 | C | 13 | C | 14 | C | 15 | D | 16 | C |

# KONU TESTİ - 1 (Çözümler)



**1.** Paydaki ifadeyi iki kare farkından yararlanarak çarpanlarına ayıralım.

$$\frac{(a+b)^2 - (b+1)^2}{a+2b+1} = \frac{(a+b+b+1)(a+b-b-1)}{a+2b+1}$$

$$= \frac{(a+2b+1)(a-1)}{a+2b+1}$$

$$= a - 1$$

Yanıt B

**2.** $x = 4 - \sqrt{15}$ ve $y = 4 + \sqrt{15}$ değerlerini $\sqrt{xy}$ ifadesinde yerine yazalım.

$$\sqrt{xy} = \sqrt{(4-\sqrt{15}) \cdot (4+\sqrt{15})}$$

(eşlenik çarpımında iki kare farkı özdeşliğinden yararlanırız.)

$$= \sqrt{4^2 - (\sqrt{15})^2}$$

$$= \sqrt{16 - 15}$$

$$= \sqrt{1} = 1$$

Yanıt A

**3.** Verilen birinci eşitlikten ikinci eşitlik çıkartıldığında

$x^2 - xy = 40$

$-\ \ xy - y^2 = 4$

$x^2 - 2xy + y^2 = 36$

$(x - y)^2 = 36$ elde ederiz.

Buradan x – y = 6 veya x – y = –6 olur. Pozitif değeri sorulduğundan x – y = 6 bulunur.

Yanıt D

**4.** $2a - \frac{1}{2a} = 3$ (her iki tarafın karesini alalım)

$$4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} + \frac{1}{4a^2} = 9$$

$$4a^2 + \frac{1}{4a^2} = 11 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

**5.** Verilen ifadedeki binom açılımını fark edersek işimiz çok kolay olur.

$$a^3 - 3a^2 + 3a + 4 = \underbrace{a^3 - 3a^2 + 3a - 1}_{} + 5 \quad (+4)$$

$$= (a-1)^3 + 5$$

(verilen a değerini yerine yazalım)

$$= (\sqrt[3]{11} + 1 - 1)^3 + 5$$

$$= (\sqrt[3]{11})^3 + 5$$

$$= 11 + 5$$

$$= 16 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

**6.** Sayılar x ve y olsun. Sayıların toplamı x + y = 6 ve çarpımı x·y = 4 verilmiştir.

$x^3 + y^3$ toplamı sorulduğundan, iki küp toplamı özdeşliğinden yararlanalım.

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$= 6^3 - 3 \cdot 4 \cdot 6$$

$$= 144$$

Yanıt D

*karekök*

**7.** $a - \frac{1}{a+1} = 4$ ifadesinde her iki tarafa da 1 ekleyelim.

$a + 1 - \frac{1}{a+1} = 5$ Şimdi her iki tarafın karesini alalım.

$$(a+1)^2 - 2(a+1) \cdot \frac{1}{a+1} + \frac{1}{(a+1)^2} = 25$$

$$(a+1)^2 - 2 + \frac{1}{(a+1)^2} = 25$$

$$(a+1)^2 + \frac{1}{(a+1)^2} = 27$$

Yanıt E

**8.** $\frac{3^{x+1} + 3}{9^x - 1} = \frac{3}{8}$

$$\frac{3^x \cdot 3 + 3}{(3^x)^2 - 1^2} = \frac{3}{8}$$

Payı 3 parantezine alalım ve paydayı iki kare farkı özdeşliğini kullanarak çarpanlarına ayıralım.

$$\frac{3(3^x + 1)}{(3^x + 1)(3^x - 1)} = \frac{3}{8}$$

Buradan; $3^x - 1 = 8$

$3^x = 9$

$x = 2$ bulunur.

Yanıt E

**9.** $\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}=2$ ifadesinde her iki tarafın karesini aldığımızda;

$$(\sqrt{a})^2+2\cdot\sqrt{a}\cdot\frac{1}{\sqrt{a}}+\left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2=4$$

$$a+2+\frac{1}{a}=4$$

$$a+\frac{1}{a}=2 \text{ bulunur.}$$

Şimdi tekrar her iki tarafın karesini alalım.

$$a^2+2\cdot a\cdot\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=4$$

$$a^2+2+\frac{1}{a^2}=4$$

$$a^2+\frac{1}{a^2}=2 \text{ olur.}$$

Yanıt B

**10.** $x^6-1=(x^3)^2-1^2$

(iki kare farkı özdeşliğini kullanalım.)

$=(x^3-1)(x^3+1)$

(iki küp toplamı ve iki küp farkı özdeşliklerinden yararlanalım.)

$=(x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1)$

Yanıt B

**11.** Verilen birinci eşitlikten ikinci eşitliği çıkaralım.

$a^3-3a^2b=22$

$-\,/\ b^3-3ab^2=-5$

$a^3-3a^2b-b^3+3ab^2=27$ düzenleyelim.

$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=27$

$(a-b)^3=27$

$a-b=3$ bulunur.

Yanıt E

**12.** $\sqrt{13\cdot14\cdot15\cdot16+1}=\sqrt{208\cdot210+1}$

$13\cdot16=208$ $\quad 14\cdot15=210$

$x=209$ dönüşümü yapalım.

$=\sqrt{(x-1)(x+1)+1}$

$=\sqrt{x^2-1+1}$

$=\sqrt{x^2}=x=209$ bulunur.

Yanıt C

**13.** $a+b=10+c$ ifadesinde c yi diğer tarafa attığımızda $a+b-c=10$ olur. Şimdi her iki tarafın karesini alalım ve soruda verilenleri yerine yazalım.

$(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab-ac-bc)$

$10^2=14+2(ab-ac-bc)$

$86=2(ab-ac-bc)$

$43=ab-ac-bc$ bulunur.

Yanıt C

**14.** Payı iki küp farkı özdeşliğinden yararlanarak çarpanlarına ayıralım.

$$\frac{1009^3-1}{1009^2+1010}=\frac{(1009-1)(1009^2+1009+1)}{1009^2+1010}$$

$=1009-1$

$=1008$

Yanıt C

**15.** $a^3+1=(a+1)(a^2-a+1)=0$ ise

$a\neq-1$ olduğuna göre,

$a^2-a+1=0$ dır.

Buradan;

$a^2=a-1$ bulunur.

Şimdi $a^2+2$ ifadesinde $a^2=a-1$ değerini yerine yazalım.

$a^2+1=a-1+2$

$=a+1$ bulunur.

Yanıt D

**16.** Parantez içerisindeki çıkarma işlemi için payda eşitlenir.

$$\left(\frac{m}{m-1}-\frac{m}{m+1}\right):\frac{m^2}{m^2-m}$$
$(m+1)\quad(m-1)$

$$=\frac{m\cdot(m+1)-m(m-1)}{(m-1)(m+1)}:\frac{m^2}{m(m-1)}$$

$$=\frac{m^2+m-m^2+m}{(m-1)(m+1)}\cdot\frac{m\cdot(m-1)}{m^2}$$

$$=\frac{2m}{m+1}\cdot\frac{m}{m^2}$$

$$=\frac{2}{m+1}$$

Yanıt C





## KONU TESTİ - 2



**1.** $(2m+n-p)^2-(m+n+p)^2$

**ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $m-2p$ B) $m-p$ C) $m+n$ D) $m+2n$ E) $2m+n$

**2.** $\left(\frac{2a^2-2}{1+2a}\right):\left(\frac{1}{a+\frac{1}{2}}\right)=4$

**olduğuna göre, a nın alabileceği <u>en küçük</u> değer kaçtır?**

A) $-5$ B) $-\sqrt{5}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{5}$ E) 5

**3.** $\frac{(2{,}01)^2-(1{,}99)^2}{(1{,}01)^2-(0{,}99)^2}$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) 0,02 B) 0,2 C) 2 D) 4 E) 2,02

**4.** $a-2b=8$

$a\cdot b=2$

**olduğuna göre, a + 2b ifadesinin pozitif değeri kaçtır?**

A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 6 D) $4\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{6}$

**5.** $x=11+y+z$

$x^2+y^2+z^2=31$

**olduğuna göre, xy + xz – yz ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –32 B) –36 C) –40 D) –42 E) –45

**6.** a ve b pozitif tam sayılardır.

$b^2-a^2=7$

**olduğuna göre, 2b – a farkının değeri kaçtır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

**7.** $x=\sqrt{3}-1$

**olduğuna göre, (x – 2)(x + 4) çarpımının sonucu kaçtır?**

A) –6 B) –3 C) 0 D) 3 E) 6

**8.** $x=\sqrt[3]{5}-1$ **olduğuna göre,**

$x^3+3x^2+3x+2$

**ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

**9.** $a^2 - ab = 20$

$ab - b^2 = 4$

**olduğuna göre, a – b farkının pozitif değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**10.** $a + \frac{1}{a} = 5$

**olduğuna göre,** $a^3 + \frac{1}{a^3}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 100 B) 105 C) 110 D) 115 E) 120

**11.** $a^2 + \frac{1}{a^2} = 23$

**olduğuna göre,** $a + \frac{1}{a}$ **nin pozitif değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**12.** $\sqrt{102 \cdot 106 + 4}$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) 102 B) 103 C) 104 D) 105 E) 106

**13.** $\dfrac{t - \frac{4}{t}}{\frac{2}{t} - 1}$

**ifadesinin <u>en sade</u> şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –t B) –t – 2 C) t – 2 D) t E) t + 2

**14.** $\left(a^2 + \frac{1}{a}\right) : \left(1 + \frac{1 - 2a}{a^2 + a}\right)$

**işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $a^2 - 1$ B) $(a - 1)^2$ C) $(a + 1)^2$ D) $a^2 + 1$ E) 1

**15.** $\dfrac{4xy^2 - 8x^2y}{3xy^3 - 12x^3y}$

**ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{4}{3y + x}$ B) $\frac{4}{3y + 6x}$ C) $\frac{2}{2y + x}$ D) $\frac{4}{y + 2x}$ E) $\frac{3}{4(y - 2x)}$

**16.** $x = 3$

$y = 2$

**olduğuna göre,** $y^4 - 4y^3x + 6y^2x^2 - 4yx^3 + x^4$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4





1 A 2 B 3 C 4 D 5 E 6 B 7 A 8 D 9 D 10 C 11 E 12 C 13 B 14 C 15 B 16 C

## ÖSYS SORULARI



**1.** $\dfrac{3ax^2 - 6a^2x}{2ax^3 - 8a^3x}$

**ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{3}{2(x + 2a)}$ B) $\frac{3x}{2a}$ C) $\frac{3}{4(x - 2a)}$ D) $\frac{x - 2a}{x - a}$ E) $\frac{3x}{x - 2a}$

(ÖSS 1987)

**2.** $(a + b - c)^2 - (a - b + c)^2$

**ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2a(c – a) B) 4b(c – a) C) 4c(a – b) D) 4a(b – c) E) 2c(a – b)

(ÖYS 1987)

**3.** $\dfrac{x^2 - 1}{x - 1} - \dfrac{x^2 + 1}{x + 1}$

**işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{2x}{x + 1}$ B) $\frac{2x + 1}{x + 1}$ C) $\frac{2x - 1}{x + 1}$ D) $\frac{2x^2}{x^2 - 1}$ E) $\frac{2x}{x^2 - 1}$

(ÖYS 1987)

**4.** $\dfrac{8a^2 - 2b^2}{8a^2 - 8ab + 2b^2}$

**ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a – 2b B) 8ab C) $\frac{2a + b}{2a - b}$ D) $\frac{a + 2b}{a - 2b}$ E) $\frac{a + b}{a - b}$

(ÖSS 1989)

**5.** $a = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$, $b = x - \frac{1}{x}$

**olduğuna göre,** $\frac{a^2y - b^2y}{a - b} + 1$ **ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) xy – 1 B) 1 + xy C) 1 – xy D) xy E) –xy

(ÖSS 1991)

**6.** $x = 4$

$y = 2$

**olduğuna göre,**

$x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^3y^2 + 5xy^4 - y^5$

**ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 16 B) 32 C) 64 D) 128 E) 256

(ÖSS 1991)

**7.** x, y birer gerçel sayı ve

$3xy^2 + x^3 = 9$

$3x^2y + y^3 = 18$

**olduğuna göre, x + y kaçtır?**

A) $\sqrt[3]{9}$ B) $\sqrt[3]{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) 1

(ÖYS 1991)

**8.** $x^2 - y^2 = 27$

$\frac{1}{x + y} + \frac{1}{x - y} = \frac{4}{9}$

**olduğuna göre, y aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

(ÖYS 1991)

**9.** $a, b \in N$ ve

$a^2 - b^2 = 11$

**olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?**

A) 18   B) 21   C) 25   D) 36   E) 61

(ÖSS 1992)

**10.** $\frac{a}{a+1} - \frac{1-a}{a^2-1}$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) –2   B) –1   C) 0   D) 1   E) 2

(ÖSS 1993)

**11.** $x + y + z = 6$

$yx + xz = 9$

**olduğuna göre, x kaçtır?**

A) 3   B) 4   C) $\sqrt{2}$   D) $\sqrt{3}$   E) $\sqrt{5}$

(ÖSS 1993)

**12.** $a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$

**olduğuna göre, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ nin değeri kaçtır?**

A) 4   B) 6   C) 8   D) 10   E) 12

(ÖYS 1993)

**13.** Ardışık iki pozitif tek sayının kareleri farkı 120 dir.
**Bu sayılardan küçük olanı kaçtır?**

A) 19   B) 21   C) 27   D) 29   E) 31

(ÖYS 1993)

**14. Pozitif iki tamsayının farkı 5, çarpımları 24 ise küpleri farkı kaçtır?**

A) 485   B) 460   C) 420   D) 385   E) 360

(ÖYS 1993)

**15.** $\frac{(298^2 - 98^2) - 200 \cdot 392}{2a} = 16$

**olduğuna göre, a kaçtır?**

A) 5   B) 15   C) 25   D) 35   E) 45

(ÖSS 1994)

**16.** $\frac{9x^2 - 6x + 1}{9} = (x + a)^2$

**olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –1   B) $-\frac{1}{2}$   C) $-\frac{1}{3}$   D) $-\frac{1}{4}$   E) $-\frac{1}{5}$

(ÖYS 1994)

**17. a = 1 + b olduğuna göre, $\frac{a^2 - b^2}{(a-b)^3}$ ün b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 – b   B) 1 + 2b   C) $\frac{1}{1+2b}$

D) b   E) –b

(ÖSS 1996)







**18.** $3^{\frac{1}{4}} + 1 = a$ olduğuna göre,

$$\frac{\left(3^{\frac{1}{8}} - 1\right) \cdot \left(3^{\frac{1}{8}} + 1\right)}{\left(3^{\frac{1}{2}} - 1\right)}$$

**işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a2   B) 3a   C) a   D) $\frac{1}{a}$   E) $\frac{1}{a^2}$

(ÖSS 1996)

**19.** $x = \frac{10}{3}$ olduğuna göre,

$(x - 5)^3 + 3(x - 5)^2 + 3(x - 5) + 1$

**ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{27}$   B) $\frac{27}{4}$   C) $\frac{27}{2}$   D) $\frac{-4}{27}$   E) $\frac{-8}{27}$

(ÖYS 1996)

**20.** $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

$a^2 + b^2 = 24$

**olduğuna göre, a.b çarpımı aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) 6   B) 8   C) 10   D) 12   E) 14

(ÖSS 1997)

**21.** a < b olmak üzere,

$$\sqrt{\frac{5^a}{5^{-b}}\left(-2 + \frac{5^a}{5^b} + \frac{5^b}{5^a}\right)}$$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $5^{a+b} - 2$   B) $5^{a+b} + 2$   C) $5^a - 2$

D) $5^b + 5^a$   E) $5^b - 5^a$

(ÖYS 1997)

**22.** $\frac{a^3 + b^3}{(a-b)^2 + ab}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $a^2 + b^2$   B) $a^2 - b^2$   C) a + b

D) a – b   E) –a + b

(ÖSS 1998)

**23.** $a - b = b - c = 5$

**olduğuna göre, $a^2 + c^2 - 2b^2$ işleminin sonucu kaçtır?**

A) 50   B) 45   C) 40   D) 35   E) 30

(ÖSS 1998)

**24.** $3x + \frac{1}{3x} = 10$

olduğuna göre, $\frac{81x^4 + 1}{9x^2}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 95   B) 96   C) 97   D) 98   E) 99

(ÖYS 1998)

**25.** $a > 0$, $b > 0$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$

$a^2 + b^2 = 12$

**olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?**

A) 2   B) 3   C) 4   D) 5   E) 6

(ÖYS 1998)

**26.** Kareleri farkı 6 olan a ve b sayılarının her birinden 2 çıkarılırsa, yeni sayıların kareleri farkı 18 olmaktadır.

**Buna göre, a + b toplamı kaçtır?**

A) –6 B) –3 C) –2 D) 3 E) 6

(ÖSS 1999)

**27.** $\left(\dfrac{x}{1+\frac{x}{y}}-\dfrac{y}{1-\frac{y}{x}}\right).\dfrac{x^2-y^2}{x.y}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) xy B) 2x C) 2y D) –2x E) –2y

(ÖSS 1999 ipt.)

**28.** $\dfrac{a+a^{-2}}{1-a^{-1}+a^{-2}}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2a B) a + 1 C) a – 1 D) $a^2-1$ E) $a^2+1$

(ÖSS 1999)

**29.** $a+b=1$

$a^3+b^3=\dfrac{7}{16}$

**olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?**

A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{1}{8}$ D) 1 E) 2

(ÖSS 2001)

**30.** $x>0$, $a=2^x$ olduğuna göre,

$\dfrac{4^{x+1}-4}{2^{x+1}-2}$

**ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2(a + 1) B) 2a + 3 C) 3(a – 2) D) 3a – 2 E) 3(a + 2)

(ÖSS 2001)

**31.** $\dfrac{(x^2-y^2)(x^2+xy+y^2)}{(x^3-y^3)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) xy B) x + y C) x – y D) $\dfrac{x-y}{x+y}$ E) $\dfrac{x+y}{x-y}$

(ÖSS 2003)

**32.** $\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)=1-\dfrac{1}{3^k}$

**olduğuna göre, k kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖSS 2004)

**33.** $\dfrac{x^6-1}{\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}+1\right)}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) x C) $x^2$ D) $x^3$ E) $x^6$

(ÖSS 2004)





**34.** $x<0<y$ olmak üzere,

$\dfrac{x^2+2|xy|+y^2}{|y-x|}$

**ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) x + y B) x – y C) –x + y D) –x – y E) xy

(ÖSS 2004)

**35.** $\dfrac{2^{3x}+2^{-3x}}{2^{2x}+2^{-2x}-1}:\dfrac{2^x+2^{-x}}{2^x-2^{-x}}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) $2^x$ C) $2^{-x}$ D) $2^x-2^{-x}$ E) $2^x+2^{-x}$

(ÖSS 2005)

**36.** $\dfrac{a}{b}\left(\dfrac{a}{a+b}-1\right)+\dfrac{b}{a}\left(\dfrac{b}{a+b}-1\right)$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a B) b C) a + b D) 1 E) –1

(ÖSS 2005)

**37.** $\dfrac{3^{20}-3^{10}}{(3^5+1)(3^5-1)}$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) 1 B) 9 C) $3^5$ D) $3^{10}$ E) $3^{15}$

(ÖSS 2006 I)

**38.** $\dfrac{y^3+27}{y^2-2y-3}\cdot\dfrac{(y-3)(y^2-1)}{y^2-3y+9}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (y + 3)(y – 1) B) (y + 3)(y – 2) C) (y + 1)(y – 3) D) (y – 1)(y – 2) E) (y – 1)(y – 3)

(ÖSS 2006 II)

**39.** $\dfrac{3^{2x}-2.3^{x+y}+3^{2y}}{3^{2x}-3^{x+y}}$

**işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3^x-3^y$ B) $3^x+3^y$ C) $1+3^{y-x}$ D) $1-3^{x+y}$ E) $1-3^{y-x}$

(ÖSS 2007 I)

**40.** $\dfrac{\frac{1}{x}-x}{x+x^2}\cdot\dfrac{x^2}{1-2x+x^2}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\dfrac{1}{x^2}$ B) $\dfrac{x}{1-x}$ C) $\dfrac{1}{1-x}$ D) $\dfrac{1}{1+x}$ E) $\dfrac{1-x}{1+x}$

(ÖSS 2007 II)

**41.** $\dfrac{x^2+x+1}{2x^2+5x}:\dfrac{x^3-1}{2x^2+3x-5}$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\dfrac{1}{x}$ B) $\dfrac{1}{2-x}$ C) $\dfrac{1}{1+x}$ D) x E) x + 1

(ÖSS 2007 II)

**42.** $a + b + c = A$

$a - b - c = B$

**olduğuna göre, $A^2 - B^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $4a(b + c)$  B) $4b(a + c)$  C) $2c(a + b)$  D) $2a(b - c)$  E) $2b(a - c)$

(ÖSS 2009 I)

**43.** $(a + 1)^2 - (a - 1)^2$

**ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) a  B) 2a  C) 3a  D) 4a  E) 5a

(YGS 2010)

**44.** $\dfrac{2^{x^2-y^2}}{4^{x^2+xy}} = \dfrac{1}{2}$

**olduğuna göre, $(x + y)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 2  B) 4  C) 1  D) $\frac{1}{2}$  E) $\frac{1}{4}$

(YGS 2011)

**45. Birbirinden farklı a ve b sayıları için**

$\dfrac{a^2}{b} - \dfrac{b^2}{a} = b - a$

**olduğuna göre, $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –2  B) –1  C) 0  D) 1  E) 4

(YGS 2011)

**46. $x - 2y = 3$ olduğuna göre,**

$x^2 + 4y^2 - 4xy - 2y + x - 3$

**ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 4  B) 5  C) 8  D) 9  E) 15

(LYS 2011)

*karekök*

**47.** x ve y birer gerçel sayı olmak üzere,

$x^3 - 3x^2y = 3$

$y^3 - 3xy^2 = 11$

eşitlikleri veriliyor.

**Buna göre, x – y farkı kaçtır?**

A) 3  B) 2  C) 1  D) –2  E) –3

(LYS 2011)

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | A | 2 | D | 3 | A | 4 | C | 5 | D | 6 | B | 7 | D | 8 | A | 9 | E | 10 | D | 11 | A | 12 | C | 13 | D | 14 | A | 15 | C | 16 | C | 17 | B |
| 18 | D | 19 | E | 20 | A | 21 | E | 22 | C | 23 | A | 24 | D | 25 | C | 26 | C | 27 | E | 28 | B | 29 | B | 30 | A | 31 | A | 32 | C | 33 | D | 34 | C |
| 35 | D | 36 | E | 37 | D | 38 | A | 39 | E | 40 | C | 41 | A | 42 | A | 43 | D | 44 | C | 45 | A | 46 | D | 47 | D | | | | | | | | |



# BÖLÜM 3

## Polinomlar

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Reel katsayılı polinomları tanır.
2. Polinomlarda derece, kat sayı, sabit terim ve kat sayılar toplamı ifadelerini kavrar.
3. Sabit polinom ile sıfır polinomu kavrar.
4. Fonksiyonlardaki tüm kuralların polinomlar için de geçerli olduğunu kavrar.
5. Bir polinomun kat sayılar toplamını ve sabit terimini bulur.
6. Polinomlarda toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerini yapar.
7. Polinomlarda çarpma işlemi yaparken derecesi verilen terimin kat sayısını bulur.
8. İki polinomun toplamı, farkı ve çarpımının derecesini bulur.
9. Polinomların özdeşliğini kavrar.
10. Polinom özdeşliği yardımıyla verilen rasyonel ifadeyi basit kesirlerine ayırır.
11. Polinomların EBOB ve EKOK unu bulur.

## köşetaşı

$$P(x) = 2x^{n-4} + \sqrt{5}\,x^{\frac{6}{n}} - 1$$

**fonksiyonu bir polinom olduğuna göre, n kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

**Polinomun Tanımı**

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

biçiminde bir fonksiyonda x in üsleri (0, 1, ... n) doğal sayı, x in kat sayıları ($a_0$, $a_1$, ..., $a_n$) reel sayı ise, P fonksiyonu bir polinomdur. Polinomlar genellikle P, Q, T, K, R, ... gibi büyük harflerle isimlendirilir.

**Örnek:** Aşağıdaki fonksiyonların polinom olup olmadığını belirleyelim.

$P(x) = 2x^3 - 5x + 1$ polinomdur.

$Q(x) = \frac{1}{x^2} - 5x - 2$ polinom değildir. Çünkü $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$ olduğundan x in üssü doğal sayı değildir.

$T(x) = 3x^2 - 5\sqrt{x} + 1$ polinom değildir. Çünkü $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ olduğundan x'in üssü doğal sayı değildir.

$K(x) = \sqrt{2}x^5 - x + 1$ polinomdur.

**Köşetaşının Çözümü:**

P(x) fonksiyonunda terimlerin kat sayıları olan 2, $\sqrt{5}$ ve –1 reel sayıdır, bundan dolayı sıkıntı yoktur. Ancak x in üsleri olan n – 4 ve $\frac{6}{n}$ ifadelerinin doğal sayı olması gerekir.

n – 4 ifadesini doğal sayı yapan n değerleri 4 ve 4 ten büyük doğal sayılardır.

$\frac{6}{n}$ ifadesini doğal sayı yapan n değerleri 1, 2, 3 ve 6 dır.

n – 4 ve $\frac{6}{n}$ ifadelerinin ikisini birden doğal sayı yapan değer sadece 6 dır.

**1. Aşağıdaki fonksiyonların polinom olup olmadığını belirleyiniz. Polinom olanlar için ✓ işaretini, olmayanlar için X işaretini kullanınız.**

a) $P(x) = \sqrt{2}\,x + 4$

b) $Q(x) = \sqrt{2x} + 4$

c) $T(x) = 4x^2 - \sqrt{2}$

d) $K(x) = \frac{2}{x^3} - 3$

e) $R(x) = x^3 - \frac{2}{3}$

f) $S(x) = x^2 - 7x + 1$

g) $V(x) = -5$

h) $Y(x) = \sqrt{3}\,x^5 - \frac{1}{2}x^3 - \sqrt{2}$

karekök: a) ✓ b) X c) ✓ d) X e) ✓ f) ✓ g) ✓ h) ✓

**2.** n bir doğal sayı olmak üzere

$$P(x) = 2x^3 - x^{\frac{8}{n}} + 1$$

**ifadesi bir polinom ise, n'nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?**

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

**3.** $$P(x) = (m-2)\sqrt{x} + \frac{n+4}{x} - 2x$$

**ifadesi bir polinom olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?**

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4



D B



## köşetaşı

$$P(x) = (m-1)x^{n-4} + 2x + m + n$$

**polinomunun derecesi 3, baş katsayısı 8 olduğuna göre sabit terimi kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

**Polinomun Temel Elemanları**

**Polinomun Derecesi:** x'lerin üslerinin en büyüğü polinomun derecesidir.

**Baş Katsayısı:** En büyük üsse sahip x in kat sayısıdır.

**Baş Katsayılar Toplamı:** Terimlerin kat sayılarının toplamıdır.

**Sabit Terim:** x'siz terimdir, başka bir ifadeyle $x^0$ ın katsayısıdır.

**Örnek:** $P(x) = 7x^4 - 5x^2 - 3x + 9$ polinomunun

derecesi: 4

baş katsayısı: 7

kat sayılar toplamı: 7 – 5 – 3 + 9 = 8

sabit terimi: 9

**Köşetaşının Çözümü:**

$P(x) = (m-1)x^{n-4} + 2x + m + n$ polinomunun

derecesi: $n - 4 = 3 \Rightarrow n = 7$

baş katsayısı: $m - 1 = 8 \Rightarrow m = 9$

sabit terimi: m + n = 9 + 7 = 16

**1. Aşağıda verilen polinomların sırasıyla derecelerini, baş kat sayılarını, kat sayılar toplamını ve sabit terimlerini bulunuz.**

a) $P(x) = 2x^3 - 5x - 1$

b) $Q(x) = x^4 - x^2 + 2$

c) $R(x) = 5x^2 + x$

d) $S(x) = x - 2x^2 + 3x^4$

e) $T(x) = 1 + 2x^5 - x$

f) $U(x) = 2 - 3x^3 + x^2$

g) $V(x) = x + 1$

h) $Y(x) = 1 - x$

karekök: a) 3, 2, –4, –1 b) 4, 1, 2, 2 c) 2, 5, 6, 0 d) 4, 3, 2, 0 e) 5, 2, 2, 1 f) 3, –3, 0, 2 g) 1, 1, 2, 1 h) 1, –1, 0, 1

**2.** $$P(x) = (a+2)x^b - 5x^2 + 2a + b$$

**polinomunun baş katsayısı 3, sabit terimi 10 olduğuna göre derecesi kaçtır?**

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

**3.** $$P(x) = 2x^3 - 7x^2 - m + n$$

**polinomunun kat sayıları toplamı 7 + n olduğuna göre, m kaçtır?**

A) –12 B) –9 C) –6 D) –3 E) 0



D A

## köşetaşı

$P(x) = (m - 1)x + m + 2$

$Q(x) = (m + n)x^2 + p - 4$

polinomları veriliyor.

**P sabit polinom, Q sıfır polinomu olduğuna göre n + p toplamı kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

**Sabit Polinom ve Sıfır Polinomu**

**Sabit polinom:** P(x) polinomunun x'li terimi yoksa ve sabit terimi de sıfırdan farklıysa sabit polinomdur.

Örnekler: $P(x) = 5$

$Q(x) = -1$

$T(x) = \sqrt{2}$

**Sıfır Polinomu:** $P(x) = 0$ polinomudur. Sıfıra eşit olan sabit polinomdur.

**Köşetaşının Çözümü:**

$P(x) = (m - 1)x + m + 2$ sabit polinom ise, x'li terimi olmamalıdır. Bunun için de x in kat sayısı sıfır olmalıdır.

$m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1$

$Q(x) = (m + n)x^2 + p - 4 = (1 + n)x^2 + p - 4$ sıfır polinomu ise, tüm kat sayıları sıfır olmalıdır.

$$\left.\begin{array}{l} 1+n=0 \Rightarrow n=-1 \\ p-4=0 \Rightarrow p=4 \end{array}\right\} n+p=3$$

Not: Sabit polinomda x'in kat sayıları sıfır; sıfır polinomunda tüm katsayılar sıfırdır.

**1.** **Aşağıdaki polinomlar sabit polinom olduğuna göre; a, b, c değerlerini bulunuz.**

a) $P(x) = (a - 2)x^2 - (b + 1)x + 2$

c) a = 0, b = 0

b) $Q(x) = (a + 4)x^3 - (b - 1)x^2 - cx + 3$

b) a = −4, b = 1, c = 0

c) $R(x) = ax^2 - bx + a + 2$

a) a = 2, b = −1

**2.** **Aşağıdaki polinomlar sıfır polinomu olduğuna göre, a, b, c değerlerini bulunuz.**

a) $P(x) = \frac{a}{2}x^2 - bx + 4x + c - 5$

c) a = 4, b = −1, c = −3

b) $Q(x) = ax^2 - 5x^2 + bx + c - a$

b) a = 5, b = 0, c = 5

c) $R(x) = (a - 4)x^3 - (b + 1)x + a + b + c$

a) a = 0, b = 4, c = 5

karekök

**3.** $P(x) = (m + n - 6)x + m - n - 2$

**fonksiyonu sıfır polinomu olduğuna göre, n kaçtır?**

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

**4.** $Q(x) = (a - 5)x^7 + (b + 1)x^2 + a + b$

**sabit polinom olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



E D



## köşetaşı

$P(x) = x^2 - 3x + 1$

$Q(x - 2) = 3x - 5$

**olduğuna göre, P(5) + Q(5) toplamı kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

**Polinom Bir Fonksiyondur**

Fonksiyonlardaki tüm kurallar polinomlar için de geçerlidir. Şimdi köşetaşına bakalım.

$P(5) = 5^2 - 3 \cdot 5 + 1 = 11$

x yerine 5 yazarak Q(5) bulunamaz. x = 5 için $Q(5 - 2) = 3 \cdot 5 - 5 \Rightarrow Q(3) = 10$ dur. Görüldüğü üzere, Q(3) ün değeri bulunur. Q(x – 2) de x yerine ne yazarsak Q(5) elde edilir diye sormalıyız. $x - 2 = 5 \Rightarrow x = 7$ için Q(5) elde edilir.

x = 7 için $Q(7 - 2) = 3 \cdot 7 - 5 = \Rightarrow Q(5) = 16$

$P(5) + Q(5) = 11 + 16 = 27$

Not: Her fonksiyon kuralı bir özdeşliktir. Özdeşliklerde x yerine ne yazılırsa yazılsın eşitlik sağlanacağından x'in yerine en uygun değerleri koyabilen soruları çözecektir.

**1.** **Aşağıdaki sorularda verilenlere göre istenen değeri hesaplayınız.**

a) $P(x - 2) = 3x - 1$ ise, P(6) = ? — h) 1

b) $Q(x + 3) = 2x + 5$ ise, Q(0) ? — g) $\frac{13}{2}$

c) $R\left(\frac{x}{2}\right) = 3x + 1$ ise, R(7) = ? — f) $\frac{9}{2}$

d) $S(3x) = x - 1$ ise, S(12) = ? — e) 19

e) $T(2x - 1) = 3x + 4$ ise, T(9) = ? — d) 3

f) $U(x - 1) = x + 3$ ise, $U\left(\frac{1}{2}\right) = ?$ — c) 43

g) $V(2x + 3) = x + 3$ ise, V(10) = ? — b) −1

h) $Y(x + 1) = x^2 - x + 1$ ise, Y(2) = ? — a) 23

karekök

**2.** $P(x + 1) = x^2 - x$

$Q(x - 1) = x + 2$

**olduğuna göre, P(4) + Q(4) toplamı kaçtır?**

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

**3.** $P(5x - 1) = x^2 + 3x - 1$

**olduğuna göre, P(9) kaçtır?**

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13



D A

## *köşetaşı*

$P(x) = 2x^3 - 4x + 7$

**olduğuna göre, P(x + 1) in katsayılar toplamı kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

**Sabit Terimi ve Katsayılar Toplamını Bulma**

$P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ gibi rastgele alınan bir polinomda x yerine 1 yazıldığında katsayılar toplamı, 0 yazıldığında sabit terim elde edilir.

x = 1 için $P(1) = a \cdot 1^4 + b \cdot 1^3 + c \cdot 1^2 + d \cdot 1 + e$

$= a + b + c + d + e$

x = 0 için $P(0) = a \cdot 0^4 + b \cdot 0^3 + c \cdot 0^2 + d \cdot 0 + e$

$= e$

Dikkat edilmesi gereken şudur: P(1), P(x) polinomunun katsayılar toplamıdır; P(x) ten türetilen P(x – 1), P(x + 1), P(x + 3), ... gibi polinomların katsayılar toplamı değildir. Hangi polinomun katsayılar toplamı isteniyorsa onda x yerine 1 yazılır. Örneğin P(x + 1) in katsayılar toplamı P(2); sabit terimi P(1) dir.

**Köşetaşının Çözümü:**

P(x + 1) in katsayılar toplamı P(2) dir.

**1.** $P(x) = 2x^4 - x + 1$

$Q(x + 1) = x^2 - 5$

$T(x - 2) = 2x + 7$

**olduğuna göre, aşağıdaki polinomların katsayılar toplamı ile sabit terimini bulunuz.**

a) P(x – 2)

b) Q(x)

c) T(x + 1)

d) P(x) + Q(x)

e) P(x – 1)·T(x)

f) Q(x + 3)

g) (P – Q + T)(x)

h) P(x + 2) – Q [T(x)]

a) 4, 35
b) –5, –4
c) 15, 13
d) –3, –3
e) 13, 44
f) 4, –1
g) 20, 16
h) 21, –64

*karekök*

**2.** P(x – 1) in sabit terimi 3, Q(x + 1) in katsayılar toplamı 7 dir.

**P(x – 2)·Q(4x – 2) çarpımının sonucunda elde edilen polinomun katsayılar toplamı kaçtır?**

A) 4 B) 10 C) 21 D) 24 E) 52

**3.** $P(x - 1) = x^2 - x + a$ polinomu veriliyor.

**P(x + 2) nin sabit terimi 5 olduğuna göre, a kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2



C | B



## *köşetaşı*

$P(x) = x^2 - x + 1$

$Q(x) = 2x - 1$

**olduğuna göre, P(x + 1) – Q(3x) işleminin sonucunu bulunuz.**

## *açıklamalı çözüm*

**Polinomlarda Toplama ve Çıkarma**

Polinomlarda toplama veya çıkarma yapılırken eşit dereceli terimlerin kat sayıları toplanır veya çıkarılır. Fonksiyonlardaki işlemler polinomlar için de geçerli olduğundan önce P(x + 1) ve Q(3x) polinomlarını bulalım.

$P(x + 1) = (x + 1)^2 - (x + 1) + 1$

$= x^2 + 2x + 1 - x - 1 + 1$

$= x^2 + x + 1$

$Q(3x) = 2 \cdot (3x) - 1 = 6x - 1$

$P(x + 1) - Q(3x) = (x^2 + x + 1) - (6x - 1)$

$= x^2 + x + 1 - 6x + 1$

$= x^2 - 5x + 2$

**1.** $P(x) = x^2 - 2x$

$Q(x) = 2x^2 + x - 2$

$T(x) = 3x - 1$

**olduğuna göre, aşağıdaki işlemlerin sonucunda elde edilen polinomları bulunuz.**

a) P(x – 1) – Q(x)

b) P(x) + Q(x) + T(x)

c) P(3x) + 2·Q(x)

d) $P(2x) - T(x^2)$

e) Q(x + 1) – P(x)

f) $T(x^2 - 2) + Q(2x)$

g) $x^2 - P(x)$

h) P(T(x)) – Q(x)

a) $-x^2 - 5x + 5$
b) $3x^2 + 2x - 3$
c) $13x^2 - 4x - 4$
d) $x^2 - 4x + 1$
e) $x^2 + 7x + 1$
f) $11x^2 + 2x - 9$
g) $2x$
h) $7x^2 - 13x + 5$

*karekök*

**2.** $P(x) = x^2 - x + 3$

$Q(x) = 2x - 1$

**olduğuna göre, P(x + 1) + Q(x) – P(1) işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 + 3x - 1$ B) $2x^2 - x + 3$ C) $x^2 + 2x - 2$ D) $x^2 - 3x + 5$ E) $x^2 - 5x + 1$

**3.** $x + 1 + P(x) = x^2 - x + 2$

**olduğuna göre, P(x) aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $(x + 1)^2$ B) $(x - 1)^2$ C) $x^2 - 1$ D) $x^2 - x + 1$ E) $x^2 + 2x - 2$



A | B

## köşetaşı

$P(x) = 2x + 3$

$Q(x) = x - 1$

**olduğuna göre, $P(x) \cdot Q(3x^2)$ çarpımının sonucunda elde edilen polinomun $x^2$ li teriminin katsayısı kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

**Polinomlarda Çarpma**

Bu kitabın çarpanlara ayırma bölümünde çarpma işlemi anlatılmıştı. Çarpmanın toplama işlemi üzerine dağılma özelliğinden yararlanılır.

**AYNI ŞEYLER**

*$P(x) + Q(x) = (P + Q)(x)$*

*$P(x) - Q(x) = (P - Q)(x)$*

*$P(x) \cdot Q(x) = (P \cdot Q)(x)$*

**Köşetaşının Çözümü:**

$Q(3x^2) = 3x^2 - 1$

$P(x) \cdot Q(3x^2) = (2x + 3)(3x^2 - 1)$

$= 6x^3 - 2x + 9x^2 - 3$

$= 6x^3 + 9x^2 - 2x - 3$

Bu işlemin sonucunda $x^2$ li terimin katsayısı 9 dur. Çarpılan polinomların birbiriyle çarpılmayan terimi kalmamalı. Buna göre, üç terimi olan bir polinom ile dört terimi olan bir polinom çarpılırken 12 çarpma işlemi yapılır.

**1.** $P(x) = 2x - 1$

$Q(x) = x^2 + 2x - 3$

$T(x) = 5$

**olduğuna göre, aşağıdaki işlemlerin sonucunda elde edilen polinomları bulunuz.**

a) $P(x) \cdot Q(x)$

b) $(Q \cdot T)(x)$

c) $P(x-1) \cdot Q(x)$

d) $P(x) \cdot Q(x+1)$

e) $(P \cdot Q \cdot T)(x)$

f) $P(x^2) \cdot Q(2x)$

g) $P(2) \cdot Q(2x-1)$

h) $P(T(x)) \cdot Q(x)$

a) $2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$ b) $5x^2 + 10x - 15$ c) $2x^3 + x^2 - 12x + 9$ d) $2x^3 + 7x^2 - 4x$ e) $10x^3 + 15x^2 - 40x + 15$ f) $8x^4 + 8x^3 - 10x^2 - 4x + 3$ g) $12x^2 - 12$ h) $9x^2 + 18x - 27$

*karekök*

**2.** $(x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x + 3)(x^3 - 2x^2 + 5x - 2)$

**işlemi yapılırsa $x^3$'lü terimin katsayısı kaç olur?**

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

*(Herhalde tüm çarpmayı yapmadınız)*

**3.** $P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

$Q(x) = x^2 + 2x + 3$

polinomları veriliyor.

**$(P \cdot Q)(x)$ polinomunun terim sayısı m, derecesi n olduğuna göre m + n kaçtır?**

A) 13 B) 15 C) 17 D) 19 E) 21



E A



## köşetaşı

P(x) polinomunun derecesi 3, Q(x) polinomunun derecesi 5 tir.

**Buna göre, $P(x^4) \cdot [x^2 + Q(x)]$ polinomunun derecesi kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

**Polinomların Derecesini Bulma**

1. Polinomlarda toplama veya çıkarma yapılırken eşit dereceli terimlerin kat sayıları toplanıp çıkarıldığından derecede değişme olmaz. Elde edilen polinomun derecesi, yüksek dereceli polinomun derecesine eşit olur.
2. İki polinom çarpıldığında ortaya çıkan polinomun derecesi polinomların dereceleri toplamına eşittir.
3. İki polinomun bileşkesi olan polinomun derecesi polinomların derecelerinin çarpımına eşittir.
   $P(Q(x)) = (P \circ Q)(x)$ olup P ile Q nun bileşkesidir.

**İSTİSNA DURUMLAR**

*1. Eşit dereceli polinomların baş kat sayıları, zıt işaretli ve mutlak değerce birbirine eşitse toplamları daha düşük dereceli bir polinom olur.*

*2. Sıfır polinomu çarpmada yutan elemandır.*

Not: P(x) polinomunun derecesi der[P(x)] ile gösterilir.

Not: Yukarıdaki kuralları kendiniz çıkarabilirsiniz. En sade şekli ile $M(x) = x^3$ ve $N(x) = x^2$ gibi iki polinom düşünün.

$(M + N)(x) = x^3 + x^2$ derecesi: 3

$(M \cdot N)(x) = x^3 \cdot x^2 = x^5$ derecesi: 5

$M(N(x)) = (x^2)^3 = x^6$ derecesi: 6

**Köşetaşının Çözümü:**

$P(x^4)$ polinomu P(x) ile $x^4$ polinomunun bileşkesidir. Bundan dolayı derecesi $3 \cdot 4 = 12$ dir.

$x^2 + Q(x)$ polinomu Q(x) ile $x^2$ polinomunun toplamıdır. Derecesi büyük olan Q(x) olduğundan toplamın derecesi 5 tir.

$P(x^4) \cdot [x^2 + Q(x)]$ polinomu $P(x^4)$ ile $[x^2 + Q(x)]$ polinomlarının çarpımıdır, bundan dolayı derecesi $12 + 5 = 17$ dir.

**1.** der[P(x)] = 4

der[Q(x)] = 3

der[T(x)] = 2

**olduğuna göre, aşağıdaki polinomların derecelerini bulunuz.**

a) $P(x^2) + Q(x)$

b) $P(x^3) \cdot T(x)$

c) $P(x) + Q(x) + T(x)$

d) $T(P(x)) \cdot Q(x)$

e) $P^5(x)$

f) $P(x^2) \cdot Q(2x)$

g) $x^5 \cdot P(x^5)$

h) $(P \circ Q \circ T)(x)$

a) 8 b) 14 c) 4 d) 11 e) 20 f) 11 g) 25 h) 24

*karekök*

**2. $P(x^5 + 4)$ polinomunun derecesi 20 olduğuna göre P(x) in derecesi kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 15 E) 16

**3.** $der[P(x)] = 3 + der[Q(x)]$

$der[P(x^2) \cdot Q(x)] = 21$

**olduğuna göre, P(x) in derecesi kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12



B D

## *köşetaşı*

$$x^2 + ax - 5 = (x + 1)(bx + c)$$

**olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

**Polinomların Özdeşliği**

İki polinom birbirine özdeş ise, eşit dereceli terimlerin kat sayıları birbirine eşittir.

**Örnek:**

$$mx^2 - (n + 4)x - p - 5 = 3x^2 + 7x + 1$$

eşitliği verilsin. Bu durumda karşılıklı kat sayılar birbirine eşit alınır.

$m = 3$

$-(n + 4) = 7 \Rightarrow -n - 4 = 7 \Rightarrow n = -11$

$-p - 5 = 1 \Rightarrow p = -6$

**Köşetaşının Çözümü:**

$$x^2 + ax - 5 = (x + 1)(bx + c)$$
$$x^2 + ax - 5 = bx^2 + cx + bx + c$$
$$x^2 + ax - 5 = bx^2 + (b + c)x + c$$

$$\left.\begin{aligned} &b = 1 \\ &c = -5 \\ &b + c = a \Rightarrow 1 - 5 = a \Rightarrow a = -4 \end{aligned}\right\} a + b + c = -8$$

**Bir de x silahını kullanarak çözelim.**

$$\left.\begin{aligned} &x = -1 \text{ için } 1 - a - 5 = 0 \Rightarrow a = -4 \\ &x = 1 \text{ için } 1 - 4 - 5 = 2\cdot(b + c) \Rightarrow b + c = -4 \end{aligned}\right\} a + b + c = -8$$

**1.** **Aşağıdaki özdeşliklerde a, b, c bilinmeyenlerini bulunuz.**

a) $(a - 2)x^2 - (b + 2)x + c - 4 = x^2 - 7x + 1$

b) $ax^2 - bx + 4x - c + 1 = 4x^2 - x + 1$

c) $(a + 3)x^2 - bx + x + 2c = x^2 - 6$

d) $(a - 4)x - 5 = bx^2 + c$

e) $(a - 5)x^2 + bx + c - 5 = 0$

f) $ax^2 - 2x + bx + c + 2 = 3$

g) $x^2 - 7x + a = (x - 1)(bx + c)$

(Cevaplar: a) 3, 5, 5 b) 4, 5, 0 c) –2, 1, –3 d) 4, 0, –5 e) 5, 0, 5 f) 0, 2, 1 g) 6, 1, –6)

karekök

**2.** $x^3 + bx^2 + c \equiv (x^2 + x - 2)(x - a)$

**olduğuna göre, a·b·c çarpımı kaçtır?**

A) 24 B) 27 C) 30 D) 32 E) 36

**3.** $P(x) = (x + a)^2$

$Q(x) = x^2 + 3x + b$

polinomları veriliyor.

**P(x) ≡ Q(x) olduğuna göre, 4(a – b) kaçtır?**

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5



A C



## *köşetaşı*

$$\frac{2x+6}{x^2-3x+2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$$

**olduğuna göre, A ve B değerlerini bulunuz.**

## *açıklamalı çözüm*

**Basit Kesirlere Ayırma**

Polinomların özdeşliği kullanılarak bazı kesirleri basit kesirlerin toplamı şeklinde yazabiliriz. Toplam sembolü ve integral gibi konularda bu yönteme ihtiyaç duyulduğundan bu aşamada kavranmasında fayda vardır.

**Köşetaşının Çözümü:**

$$\frac{2x+6}{x^2-3x+2} = \underset{(x-2)}{\frac{A}{x-1}} + \underset{(x-1)}{\frac{B}{x-2}}$$

$$\frac{2x+6}{(x-1)(x-2)} = \frac{Ax - 2A + Bx - B}{(x-1)(x-2)}$$

$2x + 6 = Ax + Bx - 2A - B$ özdeş iki polinom

$A + B = 2$

$-2A - B = 6$

$-A = 8 \Rightarrow A = -8$

$A = -8$ için $-8 + B = 2 \Rightarrow B = 10$

Bu köşetaşının pratik yolu için Karekök Yayınları, Matematik 3 kitabının 93. sayfasına bakınız.

**1.** **Aşağıdaki özdeşliklerde A ve B yi bulunuz.**

a) $\frac{4}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$

b) $\frac{x+5}{x^2-4x+3} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3}$

c) $\frac{2x-8}{x^2+2x-4} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+4}$

(Cevaplar: a) 2, –2 b) –3, 4 c) $-\frac{2}{3}, \frac{8}{3}$)

**2.** **Aşağıdaki kesirleri basit kesirlerin toplamı biçiminde yazınız.**

a) $\frac{8}{x^2-4}$

b) $\frac{2x+1}{x^2-1}$

c) $\frac{2x+7}{x^2-5x+4}$

(Cevaplar: a) $\frac{2}{x-2} - \frac{2}{x+2}$ b) $\frac{3}{2x-2} + \frac{1}{2x+2}$ c) $\frac{5}{x-4} - \frac{3}{x-1}$)

karekök

**3.** $\frac{6}{x^2-3x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-3}$

**olduğuna göre, A + 5B kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

**4.** $\frac{3x+1}{x^2-4x+3} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3}$

**olduğuna göre, (A, B) ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (–2, 5) B) (2, –5) C) (–5, –2) D) (–5, 2) E) (2, 5)



D A

## köşetaşı

$P(x) = 2x^2 - 2x$, $Q(x) = x^2 + x - 2$ ve $R(x) = x^2 + 2x - 3$

**polinomlarının EKOK ve EBOB unu bulunuz.**

## açıklamalı çözüm

**Polinomların EKOK u ve EBOB unu Bulma**

Sayıların EKOK (en küçük ortak kat) ve EBOB unu (en büyük ortak bölen) nasıl buluyorsak polinomların EKOK ve EBOB unu bulurken de aynı işlemleri yapabiliriz.

Şimdi verilen polinomları çarpanlarına ayıralım, ortak çarpanların en küçük üslülerini EBOB larına, en büyük üslülerini de EKOK larına yazalım.

$P(x) = 2x^2 - 2x = 2 \cdot x(x - 1)$

$Q(x) = x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$

$R(x) = x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1)$

Buradan; EBOB (P(x), Q(x), R(x)) = $(x - 1)$

EKOK (P(x), Q(x), R(x) = $2 \cdot x \cdot (x - 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3)$ bulunur.

**1. Aşağıdaki polinomların EBOB u ve EKOK unu bulunuz.**

a) $P(x) = x$, $Q(x) = x + 1$

b) $P(x) = x$, $Q(x) = x^2$

c) $P(x) = x - 1$, $Q(x) = x + 1$

d) $P(x) = x - 2$, $Q(x) = x^2 - 4$

e) $P(x) = x^2 - 2x - 3$, $Q(x) = (x - 3)^2$

f) $P(x) = x^3$, $Q(x) = x^2 - 2x$

g) $P(x) = x^2 - x - 2$, $Q(x) = x^2 - 3x - 4$

h) $P(x) = 9x^2 - 1$, $Q(x) = 3x^2 + 5x - 2$

a) $1$, $x \cdot (x + 1)$

b) $x$, $x^2$

c) $1$, $(x - 1) \cdot (x + 1)$

d) $x - 2$, $x^2 - 4$

e) $x - 3$, $(x + 1) \cdot (x - 3)^2$

f) $x$, $x^3 \cdot (x - 2)$

g) $x + 1$, $(x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 4)$

h) $3x - 1$, $(3x - 1) \cdot (3x + 1) \cdot (x + 2)$

**2.** $P(x) = x^4$

**olduğuna göre, EKOK (P(x), P(x²)) aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x$  B) $x^2$  C) $x^4$  D) $x^6$  E) $x^8$

**3.** $P(x) = x^2 + x$, $Q(x) = x^2 - x$ ve $R(x) = x + 1$

**polinomlarının EBOB u aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1  B) $x$  C) $x - 1$  D) $x + 1$  E) $x^2 + 1$

kareköt



EA



**1.** $P(x) = 2x^{m-2} - 4x^{\frac{6}{m}} + 1$

**polinomunun derecesi en çok kaç olabilir?**

A) 1  B) 2  C) 3  D) 4  E) 5

**2.** $(n - 1)\sqrt{x} - \sqrt{2}x^2 + \frac{(m + 2)}{x} - 4$

**fonksiyonu polinom olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?**

A) −2  B) −1  C) 0  D) 1  E) 2

**3.** $P(x) = (m + 2)x - m + 4$

**polinomu sabit polinom ise, m kaçtır?**

A) −2  B) −1  C) 0  D) 1  E) 2

**4.** $P(x) = x + 1$

$Q(x + 1) = x^2 - 1$

**olduğuna göre, P(4) + Q(1) toplamı kaçtır?**

A) 2  B) 3  C) 4  D) 5  E) 6

**5.** $P(x + 1) = x^2 + x - m + 1$

**polinomunun kat sayılar toplamı 4 olduğuna göre, m kaçtır?**

A) −2  B) −1  C) 0  D) 1  E) 2

**6.** $P(x) = x^2 + 1$

**olduğuna göre, P(2x) − 3P(x) polinomu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 - 3$  B) $x^2 - 2$  C) $2x^2 - 1$  D) $2x^2 + 1$  E) $2x^2 + 3$

kareköt

7. $(x^4 - 3x^3 + 2x - 1)(x^2 - 4x - 2)$

**çarpımı yapılırsa $x^3$ lü terimin katsayısı kaç olur?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8. $P(x) = 12x^6 + 1$, $Q(x) = x^2$

**olduğuna göre, $3P(x) - Q(x^2)$ polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9. $(2 - m)x^3 - n + 1 \equiv x^3 - (p - 1)x + 3$

**olduğuna göre, m + p + n toplamı kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. $\frac{2x - 1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{A}{x - 2} + \frac{B}{x - 1}$

**olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. $P(x) = x^3 - x^2$ ve

$Q(x) = x(x^2 + x - 2)$

**polinomlarının OBEB i aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x$ B) $x^2$ C) $x - 1$ D) $x^2 - 1$ E) $x^2 - x$

*karekök*



1 D 2 B 3 A 4 C 5 B 6 B 7 E 8 D 9 A 10 C 11 E

## KONU TESTİ - 1



1. $P(x) = x + 1$, $Q(x) = x - 1$, $R(x) = x^2$

**olduğuna göre, $P(x) \cdot Q(x) - R(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-x - 1$ B) $-1$ C) $x^2 - 1$ D) $1 - x^2$ E) $1 - x - x^2$

2. $P(x) = -2x^{\frac{4m - 7}{m - 1}}$

**ifadesini polinom yapan m değerleri toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $(x^3 - 4x + 1)(5x^2 - 3x + 4)$

**çarpımı yapıldığında, $x^3$ lü terimin katsayısı kaç olur?**

A) −18 B) −16 C) −14 D) −12 E) −10

4. $P(x) = x - 1$

**olduğuna göre, $P(x) \cdot P(2x^2)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $4x^3 + x^2 - x - 2$ B) $2x^2 - x - 1$

C) $2x^3 - 2x^2 - x + 1$ D) $4x^3 + 2x^2 + x + 2$

E) $2x^3 - x^2 - x + 2$

5. $P(x) = (m - 3)x - m + n - 5$

**polinomu sıfır polinomu olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?**

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

6. $P(x) = x + 1$

**olduğuna göre, $der[5 \cdot P(4x^5)]$ değeri kaçtır?**

A) 1 B) 4 C) 5 D) 20 E) 25

7. $\frac{6x + 1}{x^2 - 3x - 4} \equiv \frac{A}{x - 4} + \frac{B}{x + 1}$

**olduğuna göre, B kaçtır?**

A) −1 B) 0 C) 1 D) 3 E) 5

8. **Aşağıdakilerden hangisi bir polinom değildir?**

A) −1 B) $x$ C) $\sqrt{2}x$ D) $\sqrt{5} - 1$ E) $3\sqrt{x}$

*karekök*

**9.** $der[Q(x) \cdot 2P(x)] = 6$

$der\left[\dfrac{3Q(x)}{P^2(x)}\right] = 3$

**olduğuna göre, Q(x – 1) in derecesi kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**10.** P(x) polinomunun derecesi 3 tür.

**$P^2(x) \cdot Q(3x^2)$ polinomunun derecesi 14 olduğuna göre, Q(2x) polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**11.** $P(x) = 5x^{\frac{n}{4}} - x^{n-5} + 4$

**polinomunun derecesi en az kaç olur?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

**12.** $P(x) = (a - 1)\sqrt{x} - (b + 2)x^2 - c + 4$

**polinomu sıfır polinomu olduğuna göre, a – b + c ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

**13.** $P(x) = x^2 + x,\ Q(x) = x^3 + 1$

**polinomlarının EBOB u aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) x C) x + 1 D) 2x + 1 E) $x^2 + x$

**14.** $P(x) = (n + 2)x^3 - n + 1$

**polinomu sabit polinom olduğuna göre P(1001) kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**15.** $P(x) = x^4,\ Q(x) = 4,\ R(x) = x$

**olduğuna göre, $P(x^3) \cdot Q(x^2) \cdot R(2x)$ polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

**16.** $3x^3 - 2x + mx - 5 = nx^3 - x^3 + 4x - p + 1$

**olduğuna göre, m + n + p toplamı kaçtır?**

A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18





1 B 2 D 3 B 4 C 5 E 6 C 7 C 8 E 9 E 10 D 11 D 12 E 13 C 14 C 15 C 16 D

## KONU TESTİ - 1 (Çözümler)



**1.** $P(x) \cdot Q(x) - R(x) = (x + 1)(x - 1) - x^2$

$= x^2 - 1 - x^2$

$= -1$

Yanıt B

**2.** P(x) in polinom olması için $\dfrac{4m-7}{m-1}$ ifadesi doğal sayı olmalıdır.

$\dfrac{4m-7}{m-1} = \dfrac{4m-4-3}{m-1}$

$= \dfrac{4(m-1)}{m-1} - \dfrac{3}{m-1}$

$= 4 - \dfrac{3}{m-1}$

ifadesinin doğal sayı olması için m – 1 in alabileceği değerler –1, –3, 1 ve ya 3 tür.

Buradan m in alabileceği değerler toplamı

0 + (–2) + 2 + 4 = 4 bulunur.

Yanıt D

**3.** $(x^3 - 4x + 1)(5x^2 - 3x + 4)$ çarpımını uzunca yaparak yanıtı bulmaktansa baştan hangi terimleri çarparak $x^3$ lü terim elde edebiliriz, göz ucuyla kestirelim ve sadece o terimleri birbiriyle çarpalım.

$(x^3 - 4x + 1) \cdot (5x^2 - 3x + 4) = 4x^3 - 20x^3 + \ldots\ldots$

$= -16x^3 + \ldots\ldots$

Görüldüğü üzere, $x^3$ lü terimin kat sayısı –16 bulunur.

Yanıt B

**4.** $P(x) = x - 1$ olduğundan $P(2x^2) = 2x^2 - 1$ bulunur.

$P(x) \cdot P(2x^2) = (x - 1)(2x^2 - 1)$

$= 2x^3 - x - 2x^2 + 1$

$= 2x^3 - 2x^2 - x + 1$

Yanıt C

**5.** $P(x) = (m - 3)x - m + n - 5$ polinomu, sıfır polinomu ise bütün kat sayıları 0 dır.

Buradan;

$m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3$ ve

$-m + n - 5 = 0 \Rightarrow n = m + 5 = 3 + 5 = 8$ bulunur.

$m + n = 11$ dir.

Yanıt E

**6.** $P(x) = x + 1$ olduğundan

$P(4x^5) = 4x^5 + 1$ bulunur.

Buna göre; $der[5 \cdot P(4x^5)] = der[5(4x^5 + 1)]$

$= der[20x^5 + 5]$

$= 5$ dir.

Yanıt C

**7.** $\dfrac{6x+1}{x^2-3x-4} \equiv \dfrac{A}{x-4} + \dfrac{B}{x+1}$ (x + 1) (x – 4)

$\dfrac{6x+1}{x^2-3x-4} \equiv \dfrac{Ax+A+Bx-4B}{x^2-3x-4}$

$6x + 1 \equiv Ax + Bx + A - 4B$ özdeş iki polinom olup aşağıdaki denklem sistemi çözülürse,

$A + B = 6$

$-/\ A - 4B = 1$

$5B = 5 \Rightarrow B = 1$ bulunur.

Yanıt C

**8.** $3\sqrt{x} = 3x^{\frac{1}{2}}$ olduğundan x in üssü doğal sayı değildir.

Dolayısıyla E seçeneğinde verilen $3\sqrt{x}$ bir polinom değildir.

Yanıt E

**9.** P(x) in derecesi m ve Q(x) in derecesi n olsun. Şimdi derecelerle işlem yapalım.

$n + m = 6$
$-/\ n - 2m = 3$

$3m = 3 \Rightarrow m = 1$
$n + 1 = 6 \Rightarrow n = 5$ bulunur.

der[Q(x – 1)] = der[Q(x)] = n = 5 dir.

Yanıt E

**10.** Q(x) in derecesi n olsun.

P(x) in derecesi 3 ise, der[$P^2(x)$] = 6

Q(x) in derecesi n ise, der[Q($3x^2$)] = 2n

der[$P^2(x) \cdot Q(3x^2)$] = 14 olduğundan;

$6 + 2n = 14$

$2n = 8$

$n = 4$ bulunur.

der[Q(2x)] = der[Q(x)] = n = 4 dür.

Yanıt D

**11.** P(x) bir polinom olduğundan;

$\frac{n}{4}$ ve n – 5 ifadeleri doğal sayı olmalıdır.

Buna göre, n nin 5 veya 5 ten büyük 4 ile bölünebilen bir doğal sayı olması gereklidir.

Buradan n nin alabileceği en küçük değer 8 olup,

$P(x) = 5x^{\frac{8}{4}} - x^{8-5} + 4$
$= 5x^2 - x^3 + 4$ olur.

der[P(x)] in en küçük değeri 3 bulunur.

Yanıt D

**12.** P(x) polinomu sıfır polinomu olduğundan, bütün kat sayıları 0 a eşittir.

$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$

$b + 2 = 0 \Rightarrow b = -2$

$-c + 4 = 0 \Rightarrow c = 4$ dür.

Buradan, a – b + c = 1 + 2 + 4 = 7 bulunur.

Yanıt E

**13.** $P(x) = x^2 + x = x(x + 1)$

$Q(x) = x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$ olduğundan,

EBOB(P(x), Q(x)) = (x + 1) bulunur.

Yanıt C

**14.** P(x) polinomu sabit polinom ise x li terimi yoktur.

x li terimi yok etmek için $x^3$ ün kat sayısı sıfır olmalıdır.

$n + 2 = 0$

$n = -2$ dir.

Buradan, $P(x) = (-2 + 2)x^3 - (-2) + 1$
$= 3$ bulunur.

P(x) sabit bir polinom olduğundan x yerine ne yazarsak yazalım 3 e eşit olacaktır.

P(1001) = 3

Yanıt C



**15.** $P(x) = x^4$, Q(x) = 4 ve R(x) = x olduğundan,

$P(x^3) = x^{12}$, $Q(x^2) = 4$ ve R(2x) = 2x bulunur.

Buradan;

der[$P(x^3)$] = 12

der[$Q(x^2)$] = 0

der[R(2x)] = 1

der[$P(x^3) \cdot Q(x^2) \cdot R(2x)$] = 12 + 0 + 1 = 13 dür.

Yanıt C

**16.** $3x^3 - 2x + mx - 5 = nx^3 - x^3 + 4x - p + 1$

$3x^3 + (-2 + m)x - 5 = (n - 1)x^3 + 4x - p + 1$

polinomları özdeş olduğundan;

$3 = n - 1 \Rightarrow n = 4$

$4 = -2 + m \Rightarrow m = 6$

$-5 = -p + 1 \Rightarrow p = 6$ bulunur.

m + n + p = 6 + 4 + 6 = 16 olur.

Yanıt D



## KONU TESTİ - 2



**1.** $P(x) = (m + 1)x^m - (n - 1)x^5 + 6x$

**polinomu 4. dereceden bir polinom olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**2.** $P(x) = 2x^2 - mx^2 + ax + a$

**polinomu sabit polinom olduğuna göre, a – m farkı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

**3.** $P(x) = x^2$ ve $Q(x) = x + 1$

**olduğuna göre, $P(2x) \cdot Q(x^3)$ çarpımı yapılırsa $x^2$ li terimin katsayısı kaç olur?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**4.** $Q(x) = x^4 + 3x^3$

**olduğuna göre, Q(x) + Q($3x^3$) polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 4 B) 6 C) 7 D) 9 E) 12

**5.** Q(x) polinomunun derecesi, 3 ve der[$P(2x^3) \cdot Q(x)$] = 9

**olduğuna göre, P(x) polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

**6.** $\frac{12}{x^2 + x} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{x + 1}$

**olduğuna göre, 2A + B işleminin sonucu kaçtır?**

A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 32



**7.** $P(x) = 5x^{\frac{1}{3}} - x + 3 + \sqrt{2}x^2 - \frac{1}{x} + x^6$

**fonksiyonunun terimlerinden kaç tanesi bir polinoma ait olabilir?**

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

**8.** I. P(x) = 4x

II. Q(x) = 5

III. $R(x) = \frac{2}{x}$

IV. $T(x) = \sqrt{5}\,x$

V. $V(x) = \sqrt{6}$

**Yukarıda verilen fonksiyonlardan kaç tanesi polinomdur?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**9.** $Q(x) = -x^{\frac{2n-1}{n-1}}$

**ifadesini polinom yapan n değerlerinin çarpımı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

**10.** $5 - x^2 \equiv tx^2 - 1 + p$

**olduğuna göre, t – p farkı kaçtır?**

A) –5 B) –6 C) –7 D) –8 E) –9

**11.** $P(x) = (mx + 1)(2 - n)$

**polinomu sıfır polinomu olduğuna göre, n kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

**12.** $P(x) = x$, $Q(x) = x^2$, $T(x) = 2x$

**olduğuna göre, $P(x^2) \cdot Q(3x) \cdot T(2x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $9x^5$ B) $36x^5$ C) $18x^4$ D) $18x^5$ E) $36x^6$

**13.** $P(x) = x^2 + 4x - 5$

**olduğuna göre, $P(2x^2)$ polinomunda $x^2$ li teriminin katsayısı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

**14.** $der\left[\frac{2P^2(x)}{Q(x)}\right] = 4$ ve

$der[P(x^3) \cdot Q(2x)] = 11$

**olduğuna göre, Q(x) polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**15.** $der[x^2P(x^2 + 1)] = der[P^3(x)]$

**olduğuna göre, P(x) polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**16.** $Q(x) = 4x^{m-3} - x^{\frac{9}{m-2}} - 2x$

**polinomunun derecesi <u>en çok</u> kaç olabilir?**

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8





1 E 2 A 3 D 4 E 5 B 6 A 7 B 8 D 9 C 10 C 11 E 12 B 13 D 14 B 15 B 16 E

## ÖSYS SORULARI



**1.** $Q(x - 2) = x^3 - 5x + a$ çok terimlisi veriliyor.

**Q(x) çok terimlisinin sabit terimi 7 olduğuna göre, Q(x) çok terimlisinin kat sayıları toplamı kaçtır?**

A) 11 B) 18 C) 21 D) 39 E) 47

(ÖSS 1995)

**2.** $P(x - 2) = x^2 - x - 3$

**olduğuna göre, P(2x – 1) aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $2x^2 - x - 3$ B) $2x^2 - x + 3$ C) $4x^2 + 2x - 3$ D) $4x^2 + 4x - 3$ E) $4x^2 + 4x - 2$

(ÖYS 1997)

**3.** $\frac{10x - 5}{x^2 - 4x - 5} = \frac{A}{x - 5} + \frac{B}{x + 1}$

**olduğuna göre, A – B farkı kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖSS 2001)

**4.** Her x gerçel sayısı için

$x^2 + ax - 5 = (x + 1)(bx + c)$

**olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?**

A) –9 B) –8 C) 0 D) 8 E) 9

(ÖSS 2002)

**5.** Gerçel katsayılı P(x), Q(x) ve R(x) polinomları veriliyor. Sabit terimi sıfırdan farklı P(x) polinomu için

$P(x) = Q(x) \cdot R(x + 1)$

eşitliği sağlanıyor.

**P'nin sabit terimi Q'nun sabit teriminin iki katı olduğuna göre, R'nin kat sayılarının toplamı kaçtır?**

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) 2

(LYS 2011)

**6.** $P(x) = (x + 2)^4 + 3(x + 1)^3$

**polinomunda x'li terimin katsayısı kaçtır?**

A) 41 B) 39 C) 37 D) 35 E) 33

(LYS 2011)





1 C 2 C 3 D 4 B 5 E 6 A

BÖLÜM 4

# Polinomlarda Bölme İşlemi

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Polinomlarda bölme işlemini yapar.
2. Polinomlarda bölme işlemini yaparken kalanın en büyük derecesini bulur.
3. Verilen bir polinomun $x - k$ ile bölümünden kalanı bulur.
4. $P(ax + b)$ polinomunun $x - k$ ile bölümünden kalanı bulur.
5. $P(ax + b)$ polinomu verildiğinde $P(cx + d)$ polinomunun $x - k$ ile bölümünden kalanı bulur.
6. Bir polinomun katsayılar toplamını ve sabit terimini bulur.
7. 1 - 6 köşetaşında edindiği bilgileri kullanarak verilen polinomlarda işlemler yapar.
8. $P(x)$ polinomunun $x^n - k$ ile bölümünden kalanı bulur.
9. $P(x)$ polinomunun $x^n - k$ ile bölümünden kalanı bulur.
10. $P(x)$ in $(x - m)(x - n)$ ile bölümünden kalanı bulur.
11. $P(x)$ in $(x - m)(x - n)$ ile bölümünden kalan biliniyorsa $(x - m)$ ile bölümünden kalanı bulur.
12. $P(x)$ in $(x - m)$ ve $(x - n)$ ile bölümünden kalanlar biliniyorsa, $(x - m) \cdot (x - n)$ ile bölümünden kalanı bulur.

## köşetaşı

$6x^3 - 4x^2 + 3 \; | \; x - 2$

Yukarıdaki bölme işlemini yaparak bölen ve kalanı bulunuz.

## açıklamalı çözüm

**Polinomlarda Bölme İşlemi**

Polinomları büyük dereceli terimden küçük dereceli terime doğru yazmak gelenektir. Siz de bu geleneğe uyun. Bölme işlemi yaparken dikkatleriniz ilk terimlerde olsun.

$6x^3 - 4x^2 + 3 \; | \; x - 2$, bölüm: $6x^2$

Bölenin ilk terimini neyle çarparsak bölünenin ilk terimi elde edilir diye sormalıyız. $6x^2$ ile çarparsak elde edilir.

$6x^3 - 4x^2 + 3 \; | \; x - 2$
$6x^3 - 12x^2 \quad | \; 6x^2$

$6x^2$ ile bölen çarpılır, bölünenin altına yazılır.

$6x^3 - 4x^2 + 3 \; | \; x - 2$
$- \; 6x^3 + 12x^2 \quad | \; 6x^2 + 8x + 16$
$8x^2 + 3$
$- \; 8x^2 + 16x$
$16x + 3$
$- \; 16x + 32$
$35$

Elde edilen ifade bölünenden çıkarılır. Polinomlarda çıkarma yapmak demek, çıkanın işaretlerini değiştirip toplama yapmak demektir.

Aynı işlemler devam ettirilir. Kalanın derecesi bölenin derecesinden küçük olunca bölme işlemi biter.

**1.** **Aşağıda verilen polinomlardan birincisini ikincisine bölünüz, bölüm ve kalanı bulunuz.**

**a)** $P(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 1$ , $Q(x) = x - 3$

**b)** $P(x) = x^2 - 5x + 1$ , $Q(x) = x - 1$

**c)** $P(x) = 3x^3 - x$ , $Q(x) = x + 2$

**d)** $P(x) = 4x^2 - 5$ , $Q(x) = 2x + 3$

**e)** $P(x) = x^3 - x$ , $Q(x) = x^2 + 1$

**f)** $P(x) = 2x^2 - x + 1$ , $Q(x) = x^2 + x$

**g)** $P(x) = 2x - 1$ , $Q(x) = x + 2$

**h)** $P(x) = x^5 + x$ , $Q(x) = x^3 - 1$

a) $x^2 + x + 7$, 20
b) $x - 4$, $-3$
c) $3x^2 - 6x + 11$, $-22$
d) $2x - 3$, 4
e) $x$, $-2x$
f) 2, $-3x + 1$
g) 2, $-5$
h) $x^2$, $x^2 + x$

karekök

**2.** **$P(x) = 2x^2 - 3x + 1$ polinomu $x + 3$ ile bölündüğünde elde edilen bölüm ile kalanın toplamı aşağıdakilerden hangisine eşit olur?**

A) $x - 3$ B) $x + 11$ C) $2x - 3$ D) $2x - 17$ E) $2x + 19$

**3.** $(x^2 - 3) \cdot P(x) = 2x^3 - x^2 - 6x + 3$

**olduğuna göre, P(x) polinomu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x - 1$ B) $2x - 1$ C) $2x - 3$ D) $2x + 1$ E) $2x + 3$



E B



## köşetaşı

Derecesi beş olan P(x) polinomu ikinci dereceden Q(x) polinomuna bölünüyor.

**Bölüm ile kalanın dereceleri toplamı <u>en çok</u> kaç olabilir?**

## açıklamalı çözüm

**Bölme Eşitliği**

$P(x) \; | \; Q(x)$, bölüm: $B(x)$, kalan: $K(x)$

$P(x) = Q(x) \cdot B(x) + K(x)$

1. Bölüm ile bölenin dereceleri toplamı bölünenin derecesine eşittir.
2. Kalanın derecesi bölenin derecesinden küçüktür. Örneğin bölen üçüncü dereceden ise, kalanı ikinci dereceden veya birinci dereceden veya sabit polinom olabilir.

**Köşetaşının Çözümü:**

Bölenin derecesi ile bölümün derecesinin toplamı bölünenin derecesine eşittir.

Bölünenin derecesi: 5

Bölenin derecesi: 2

Bölümün derecesi: 3

Kalanın derecesi: 0 veya 1 dir.

Bölüm ile kalanın dereceleri toplamı <u>en çok</u> 3 + 1 = 4 olabilir.

**1.** **Aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.**

| | Bölünenin Derecesi | Bölenin Derecesi | Bölümün Derecesi | Kalanın Yazılışı |
|---|---|---|---|---|
| a) | 10 | 3 | 7 | $ax^2 + bx + c$ |
| b) | 8 | 2 | | |
| c) | 7 | 1 | | |
| d) | 5 | 2 | | |
| e) | 9 | | 7 | |
| f) | | 1 | 3 | |
| g) | | 2 | 10 | |
| h) | 12 | 3 | | |

h) 9, $ax^2 + bx + c$
g) 12, $ax + b$
g) 12, $ax + b$
f) 4, a
e) 2, $ax + b$
d) 3, $ax + b$
c) 6, a
b) 6, $ax + b$

karekök

**2.** Dördüncü dereceden bir polinom ikinci dereceden bir polinoma bölünüyor. Kalan

I. 0
II. $2x - 1$
III. $x^2 - 7x + 1$

**polinomlarından hangisi veya hangileri olabilir?**

A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III

**3.** Dokuzuncu dereceden bir polinom beşinci dereceden bir polinoma tam bölünüyor.

**<u>Bölüm ile kalanın toplamının</u> derecesi kaçtır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



C A

## köşetaşı

$P(x) = 2x^3 - 7x + 1$

**polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

**Bölmede Kalanı Bulmanın Kısa Yolu**

Polinom konusunda soruların çoğu bölmede kalanı bulmayla ilgilidir. Bölmede kalan bulunurken de bölme eşitliği kullanılır. Kaleminiz tutulduğunda aşağıdaki eşitliği yazarak çözüme başlayabilirsiniz.

$$\begin{array}{r|l} P(x) & Q(x) \\ \hline - & B(x) \\ K(x) & \end{array} \qquad P(x) = Q(x) \cdot B(x) + K(x)$$

**Köşetaşının Çözümü:**

Bölünen: $2x^3 - 7x + 1$

Bölen: $x - 2$

Kalan: k (bölen birinci dereceden ise, kalan sabit sayıdır.)

$$2x^3 - 7x + 1 = (x - 2) \cdot B(x) + k$$

Daha önce de belirttiğimiz gibi x'in yerine istediğimiz sayıyı yazabiliriz. Aradığımız değer k olduğundan B(x) polinomunu ortadan kaldırabilecek bir değeri x yerine yazalım. B(x) in yanındaki $x - 2$ ifadesini sıfır yapan $x = 2$ değerini yazalım.

$x = 2$ için $2 \cdot 2^3 - 7 \cdot 2 + 1 = (2 - 2) \cdot B(2) + k$

$$3 = k$$

**Önemli Not:** Böleni sıfır yapan değeri, bölünen polinomda x yerine yazdığımızda kalanı elde ediyoruz.

**1. Aşağıda verilen P(x) polinomlarının Q(x) polinomlarıyla bölümünden kalanları bulunuz.**

a) $P(x) = 2x^3 - x^2 - 1$ , $Q(x) = x - 2$

b) $P(x) = x^4 - 3x + 4$ , $Q(x) = x + 1$

c) $P(x) = 2x^2 - 7x + 1$ , $Q(x) = 2x - 4$

d) $P(x) = x^5 - 8x^4 + 1$ , $Q(x) = x - 1$

e) $P(x) = 5x^3 - 2x + 1$ , $Q(x) = x + 2$

f) $P(x) = 2x^2 - 8x + 6$ , $Q(x) = x - 1$

g) $P(x) = 5x^4 - 4x^3$ , $Q(x) = 2x + 6$

h) $P(x) = 2x^3 - x^2 + x - 5$ , $Q(x) = x - 4$

karekök: h) 111 g) 513 f) 0 e) −35 d) −6 c) −5 b) 8 a) 11

**2. $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 5x - 1$ polinomunun $8x - 16$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) −3 B) −2 C) −1 D) 0 E) 1

**3. $P(x) = 3x^2 - 7x + m + 4$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan 16 olduğuna göre, m kaçtır?**

A) −16 B) −14 C) −12 D) −10 E) −8





## köşetaşı

$P(x - 2) = x^2 - 3x + m - 2$

**polinomunun $x - 5$ ile bölümünden kalan 4 olduğuna göre, m kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

Çözüme başlamadan önce aşağıdaki örneği inceleyelim.

$Q(x) = x^2 - 5x + 1$

$T(x - 2) = x^2 - 5x + 1$

polinomları birbirine eşit olduğundan $x - 2$ ile bölümlerinden kalanlar da birbirine eşittir.

$x = 2$ için $Q(2) = 2^2 - 5 \cdot 2 + 1 = -5$

$x = 2$ için $T(0) = 2^2 - 5 \cdot 2 + 1 = -5$

Ancak, birinci polinomda kalan Q(2) gözükürken, ikinci polinomda kalan T(0) gözükmektedir. Bu durum zaman zaman kafa karışıklığına neden olmaktadır. Bu karışıklığı yok etmek için şunu prensip edininiz: Böleni sıfır yapan x değeri, bölünen polinomda x yerine yazılır.

**Köşetaşının Çözümü:**

Bölenin kökü: $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$ tir.

Bölünen polinom: $P(x - 2) = x^2 - 3x + m - 2$ polinomunda $x = 5$ değerini yazalım.

Kalan: $\left.\begin{array}{l} P(5-2) = 5^2 - 3 \cdot 5 + m - 2 \\ P(3) = 8 + m \end{array}\right\} 8 + m = 4 \Rightarrow m = -4$

**1. Aşağıda verilen polinomlardan birincisini ikincisine bölerek kalanı bulunuz.**

a) $P(x - 19) = x^2 - 7x + 1$ , $Q(x) = x + 2$

b) $P(x + 1) = x^4 - 4x$ , $Q(x) = x - 1$

c) $P(x + 2) = x^3 - 4$ , $Q(x) = x - 2$

d) $P(x - 2) = x^4 - 2x^3 + 1$ , $Q(x) = x - 3$

e) $P(x - 3) = 2x^3 - x + 2$ , $Q(x) = x + 3$

f) $P(x + 3) = 5x^2 - 2x + 1$ , $Q(x) = x - 2$

g) $P(x + 99) = 7x^2 - 2x + 1$, $Q(x) = x - 1$

h) $P(x - 1) = x^3 - 4x^2 + 4$ , $Q(x) = x - 3$

karekök: h) −5 g) 6 f) 17 e) −49 d) 28 c) 4 b) −3 a) 19

**2. $P(2x - 27) = x^2 - 5x + m$ polinomunun $x - 10$ ile bölümünden kalan 40 olduğuna göre, m kaçtır?**

A) −15 B) −10 C) 0 D) 10 E) 15

**3. $P(x - 1) = x^3 - mx + 2 + m$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 12 olduğuna göre, m kaçtır?**

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

## *köşetaşı*

$P(x + 2) = x^2 - 7x + 5$

**olduğuna göre, P(x) in x – 3 ile bölümünden kalan kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

**Bölünen Hangisi?**

Ne, neye bölünüyor? sorusunu sorarak soru çözümlerini netleştirebiliriz. Örneğin, köşetaşındaki soruda üç polinom vardır. Bunlar P(x + 2), P(x) ve x – 3 polinomlarıdır. Bölünen P(x), bölen x – 3 tür. Bundan dolayı kalanı bulmak için x yerine 3 değerini P(x) polinomunda yazarız. Kalan P(3) olur.

P(3) değerini bulmak için de P(x + 2) polinomunda x yerine 1 yazılır. $(x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1)$

x = 1 için $P(1 + 2) = 1^2 - 7\cdot 1 + 5$

$P(3) = -1$

**BÖLME EŞİTLİĞİ NETLEŞTİRİR**

$P(x) = (x - 3)\cdot B(x) + k$

$P(3) = k = ?$

**1.** $P(x) = x^2 - 2x + 3$

$Q(x - 1) = 2x^2 - x + 1$

polinomları veriliyor.

**Aşağıdaki soruları yanıtlayınız.**

a) P(x – 2) nin x – 3 ile bölümünden kalan?

b) P(x + 1) in x + 2 ile bölümünden kalan?

c) P(x – 3) ün x + 3 ile bölümünden kalan?

d) Q(x) in x – 1 ile bölümünden kalan?

e) Q(x + 1) in x – 2 ile bölümünden kalan?

f) P(x) + Q(x) in x – 1 ile bölümünden kalan?

g) P(x) – Q(x – 2) nın x – 2 bölümünden kalan?

h) P(x)·Q(x) in x + 1 ile bölümünden kalan?

(Ters basılı cevaplar: h) 6, g) 1, f) 9, e) 29, d) 7, c) 51, b) 6, a) 2)

*karekök*

**2.** $P(x + 2) = x^2 - 7x + 2$ polinomu veriliyor.

**P(x) in x – 5 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) –2 B) –4 C) –6 D) –8 E) –10

**3.** $P(x - 1) = x^3 - x + m - 1$ polinomu veriliyor.

**P(x + 1) in x – 2 ile bölümünden kalan 5 olduğuna göre, m kaçtır?**

A) –61 B) –54 C) 2 D) 24 E) 36



E | B



## *köşetaşı*

$P(x - 2) = x^2 - 7x + m - 2$ polinomu veriliyor.

**P(x + 1) in katsayılar toplamı 8 olduğuna göre, P(x – 1) in x + 2 ile bölümünden kalan kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

**Biraz da Tercüme**

Aşağıda Türkçe verilen cümlelerin matematikçeye çevirisi yapılmıştır, dikkatle inceleyiniz.

| | |
|---|---|
| P(x) in x – 2 ile bölümünden kalan 5 tir. | P(2) = 5 |
| P(x – 1) in x – 3 ile bölümünden kalan kaçtır? | P(2) = ? |
| P(x + 2) nin x – 6 ile bölümünden kalan 9 dur. | P(8) = 9 |
| P(x) in katsayılar toplamı 7 dir. | P(1) = 7 |
| P(x + 3) ün katsayılar toplamı 11 dir. | P(4) = 11 |
| P(x) in sabit terimi 5 tir. | P(0) = 5 |
| P(x – 4) ün sabit terimi kaçtır? | P(–4) = ? |

**Köşetaşının Çözümü:**

Soruda verilen cümleleri matematikçeye çevirelim:

| | |
|---|---|
| P(x + 1) in katsayılar toplamı 8 dir. | P(2) = 8 |
| P(x – 1) in x + 2 ile bölümünden kalan kaçtır? | P(–3) = ? |

x = 4 için $P(4 - 2) = 4^2 - 7\cdot 4 + m - 2$

$P(2) = -14 + m \Rightarrow 8 = -14 + m \Rightarrow 22 = m$

x = –1 için $P(-1 - 2) = (-1)^2 - 7(-1) + 22 - 2$

$P(-3) = 28$

**1. Aşağıda verilen Türkçe cümleleri matematikçeye çeviriniz.**

**a)** P(x – 2) nin x – 5 ile bölümünden kalan 7 dir.

**b)** P(2x + 4) ün x + 1 ile bölümünden kalan 1 dir.

**c)** P(x – 1) in katsayılar toplamı 6 dır.

**d)** P(3x – 4) ün sabit terimi 3 tür.

**e)** P(2x – 7) nin x – 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

**f)** P(x) in x – 99 ile bölümünden kalan 1 dir.

**g)** P(x)·Q(x – 2) nin x – 1 ile bölümünden kalan 2 dir.

**h)** P(3x) + Q(x – 1) in sabit terimi kaçtır?

(Ters basılı cevaplar: h) P(0) + Q(–1) = ?, g) P(1)·Q(–1) = 2, f) P(99) = 1, e) P(3) = ?, d) P(–4) = 3, c) P(0) = 9, b) P(2) = 1, a) P(3) = 7)

*karekök*

**2.** $P(x) = x^2 - mx + m + 1$ **olduğuna göre, P(x – 2) nin x – 3 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

**3.** $P(x - 3) = 2x^2 - x + m + 3$ polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan 4 tür.

**P(x + 2) nin katsayılar toplamı kaçtır?**

A) 72 B) 69 C) 66 D) 64 E) 60



A | B

## *köşetaşı*

$P(x-2) = (x+1)\cdot Q(x+1) + x + 2$

eşitliği verilmiştir.

**P(x) polinomunun çarpanlarından biri x + 2 olduğuna göre, Q(x) in katsayıları toplamı kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

**Biraz Daha Tercüme**

Bir polinomun çarpanı, polinomu tam böler. Tam bölmek, kalanın sıfır olması demektir. Aşağıdaki Türkçe cümleleri matematikçeye çevirelim.

| | |
|---|---|
| P(x + 2) nin çarpanlarından biri x – 5 tir. | $P(7) = 0$ |
| P(x – 2) polinomu x – 1'e tam bölünüyor. | $P(-1) = 0$ |
| P(x + 3) ün x – 2 ile bölümünden kalan 0 dır. | $P(5) = 0$ |

**Köşetaşının Çözümü:**

Köşetaşındaki Türkçe cümleleri matematikçeye çevirelim:

| | |
|---|---|
| P(x) polinomunun çarpanlarından biri x + 2 dir. | $P(-2) = 0$ |
| Q(x) in katsayılar toplamı kaçtır? | $Q(1) = ?$ |

Köşetaşında verilen bağıntıda P(–2) yi elde etmek için x yerine 0 yazalım.

x = 0 için $P(0-2) = (0+1)\cdot Q(0+1) + 0 + 2$

$P(-2) = Q(1) + 2$

$0 = Q(1) + 2$

$Q(1) = -2$

**1.** $P(x+1) + Q(x-2) = 3x - 1$

**Aşağıdaki soruları yukarıdaki bağıntıya göre yanıtlayınız.**

a) P(x) in çarpanlarından biri x – 3 ise, Q(x) in sabit terimi?

b) P(x), x – 2 ye tam bölündüğüne göre, Q(x) in x + 1 ile bölümünden kalan?

c) P(x – 1) in x + 1 ile bölümünden kalan 6 olduğuna göre, Q(x) in x + 5 ile bölümünden kalan?

d) Q(x) in çarpanlarından biri x + 2 ise, P(x) in katsayılar toplamı kaçtır?

a) –1 b) –16 c) 2 d) 5

**2.** $\dfrac{P(x+2)}{Q(x-1)} = x^2 - 2x$

bağıntısı veriliyor.

**P(x – 1) in x – 1 ile bölümünden kalan 16 olduğuna göre, Q(x) in x + 3 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

*kareköök*

**3.** P(x + 1) + Q(x – 3) + 2x – 3 polinomunun x – 2 ile bölümünden kalan 16 dır.

**Q(x) in x + 1 ile bölümünden kalan 7 olduğuna göre, P(x – 1) in x – 4 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10



A C



## *köşetaşı*

$P(x) = 2x^{12} - 5x^6 + x - 1$

**polinomunun $x^3 - \sqrt{2}$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

Bölenin Derecesinin 1'den Büyük Olması:

1. Bölenin derecesi 1'den büyükse, kalanı bulmak için bölen sıfıra eşitlenir.
2. En büyük dereceli terim yalnız bırakılır.
3. Bölünen polinom, bölenin en büyük dereceli terimi türünden yazılır.
4. En büyük dereceli terimin yerine eşiti yazılır.

**Köşetaşının Çözümü:**

1. $x^3 - \sqrt{2} = 0$
2. $x^3 = \sqrt{2}$
3. $P(x) = 2(x^3)^4 - 5(x^3)^2 + x - 1$
4. $\text{Kalan} = 2(\sqrt{2})^4 - 5(\sqrt{2})^2 + x - 1 = x - 3$

**Bir Soru Daha**

$P(x) = x^7 - 2x^6 + 3x^3 - 1$ polinomunun $x^2 - 2$ ile bölümünden kalan nedir?

$x^2 - 2 = 0$

$x^2 = 2$

$P(x) = (x^2)^3x - 2(x^2)^3 + 3x^2\cdot x - 1$

$\text{Kalan} = 2^3x - 2\cdot 2^3 + 3\cdot 2\cdot x - 1 = 14x - 17$

**1. Aşağıdaki P(x) polinomlarını yanlarında verilen polinomlara bölerek kalanları bulunuz.**

a) $P(x) = x^{12} - x^6 + 5$ , $x^6 - 3$

b) $P(x) = 2x^{14} - x^7 - 2$ , $x^6 - 2$

c) $P(x) = 2x^{16} - x^8 + 1$ , $x^4 - \sqrt{3}$

d) $P(x) = 3x^2 - 5x + 2$ , $x^2 - 3$

e) $P(x) = 2x^4 - x^2 + 1$ , $x^3 - 1$

f) $P(x) = x^{15} - x^{10} + x^5$ , $x^5 - 2$

g) $P(x) = x^{28} - 5$ , $x^{14} - 5$

h) $P(x) = x^2 - x$ , $x^2 + 2$

a) 11 b) $8x^2 - 2x - 2$ c) 16 d) $-5x + 11$ e) $-x^2 + 2x + 1$ f) 6 g) 20 h) $-x - 2$

*kareköök*

**2.** $P(x) = 2x^{60} - 3x^{20} + 3$

**polinomunun $x^{10} - \sqrt{2}$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

**3.** $P(x) = 3\cdot x^{10} - 2x^7 + x^6 - 1$

**polinomunu $x^3 + 2$ ile bölündüğünde kalan aşağıdakilerden hangisine eşit olur?**

A) $12x - 24$ B) $24x - 5$ C) $-24x + 5$ D) $-32x + 3$ E) $32x + 5$



B D

## köşetaşı

$P(x) = x^3 - mx^2 + nx - 1$

**polinomu $x^2 - x + 1$ ile bölündüğünde kalan $2x - 5$ olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

Önceki köşetaşında belirtilen adımları atalım.

1. $x^2 - x + 1 = 0$
2. $x^2 = x - 1$
3. $P(x) = x^2 \cdot x - mx^2 + nx - 1$
4. Kalan $= (x-1)x - m(x-1) + nx - 1$

$= x^2 - x - mx + m + nx - 1$

$= x - 1 - x - mx + m + nx - 1$

$2x - 5 = (-m + n)x + m - 2$

Polinomlar özdeş olduğundan

$m - 2 = -5 \Rightarrow m = -3$

$-m + n = 2 \Rightarrow 3 + n = 2 \Rightarrow n = -1$

$\} \; m + n = -4$

**1.** $P(x) = x^3 + ax^2 - bx + 1$ polinomu aşağıda verilen polinomlardan birincisine bölündüğünde kalan ikinci polinom oluyor

**Buna göre, a + b değerlerini bulunuz.**

a) $x^2 + x + 1$ , $2x - 5$

b) $x^2 - 2x + 1$ , $x - 5$

c) $x^2 + 3x - 1$ , $x + 1$

d) $x^2 - x + 2$ , $3x - 1$

e) $x^2 - 2x - 3$ , $x + 4$

f) $x^2 + x - 5$ , $4x + 6$

g) $x^2 - x - 1$ , $x + 3$

h) $x^2 - x + 3$ , $-4x + 1$

h) 0 g) 3 f) 2 e) 3 d) −4 c) 3 b) 14 a) −2

*karekök*

**2.** $P(x) = x^4 - 3x^3 + bx - a + 1$

**polinomu $x^2 - x - 2$ polinomuna tam bölündüğüne göre, a + b toplamı kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

**3.** $P(x) = 2x^3 - x^2 + ax + b - 3$

polinomu $x^2 + x + 1$ polinomuna bölündüğünde kalan $2x - 5$ oluyor.

**Buna göre, a − b farkı kaçtır?**

A) −6 B) −4 C) −1 D) 6 E) 7



C D



## köşetaşı

$P(x) = x^4 - mx^2 + nx - 1$

**polinomu $(x - 1)(x + 2)$ ile tam bölündüğüne göre, m + n toplamı kaçtır?**

## açıklamalı çözüm

P(x) polinomu Q(x) polinomuna tam bölünüyorsa, P(x) polinomu Q(x)'in çarpanlarına da tam bölünür.

Köşetaşının Çözümü:

P(x), $(x - 1)(x + 2)$ ile tam bölündüğüne göre, hem $x - 1$ ile hem de $x + 2$ ile tam bölünür. Buna göre, $P(1) = 0$ ve $P(-2) = 0$ dır.

$P(1) = 1 - m + n - 1 \Rightarrow \quad -m + n = 0$

$P(-2) = 16 - 4m - 2n - 1 \Rightarrow \quad 4m + 2n = 15$

$+$

$3m + 3n = 15$

$m + n = 5$

**1. Aşağıdaki soruları yanıtlayınız.**

a) $P(x) = x^3 - mx^2 + 2x - n + 1$ polinomu $(x - 1)(x - 2)$ ye tam bölünüyorsa, $(m, n) = ?$

d) (−2, −10)

b) $P(x) = x^4 - 2x^3 - mx + n - 2$ polinomu $(x + 1)(x - 1)$ e tam bölünüyorsa, $(m, n) = ?$

c) (3, 3)

c) $P(x) = 2x^3 - mx^2 - nx + 2n - 4$ polinomu $(x + 1)(x - 2)$ e tam bölünüyorsa, $(m, n) = ?$

b) (−2, 1)

d) $P(x) = 2x^2 - mx + n - 2$ polinomu $(x - 2)(x + 3)$ e tam bölünüyorsa, $(m, n) = ?$

a) (3, 1)

*karekök*

**2.** $P(x) = 2x^3 - mx^2 + mx - n + 4$

**polinomu $x^2 - 1$ ile tam bölündüğüne göre, (m, n) ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (−2, 6) B) (2, −6) C) (2, 6) D) (−2, −6) E) (−6, 2)

**3.** $P(x) = x^4 - (m + 1)x - n + 4$

**polinomu $x^2 - 3x + 2$ ye tam bölündüğüne göre, m·n çarpımı kaçtır?**

A) −72 B) −81 C) −90 D) −120 E) −140



A E

## *köşetaşı*

P(x) polinomunun $x^2 - 3x + 2$ ile bölümünden kalan $2x + 3$ tür.

**Buna göre, P(x) in x – 2 ile bölümünden kalan kaçtır?**

## *açıklamalı çözüm*

P(x) polinomunun Q(x) ile bölümünden kalan K(x) ve Q(x) in çarpanı Ç(x) olsun.

P(x) in Ç(x) ile bölümünden kalan, K(x) in Ç(x) ile bölümünden kalana eşittir.

Bu kural sayılarda da geçerlidir. 117 nin 15 ile bölümünden kalan 12 dir. 117 nin 5 ile bölümünden kalan 12 nin 5 ile bölümünden kalana eşittir.

**Köşetaşının Çözümü:**

P(x) polinomu $x^2 - 3x + 2$ ile bölündüğünde bölüm B(x) olsun. Bölme eşitliğinden
$P(x) = (x^2 - 3x + 2)\cdot B(x) + 2x + 3$ elde edilir. İstenen P(2) olduğundan x yerine 2 yazalım.

$P(2) = (4 - 6 + 2)\cdot B(2) + 2\cdot 2 + 3$
$P(2) = 7$

Ya da kısaca

P(x) in $x^2 - 3x + 2$ ile bölümünden kalan $2x + 3$ tür. $x - 2$ polinomu $x^2 - 3x + 2$ nin bir çarpanı olduğundan $2x + 3$ polinomunda x yerine 2 yazılarak sonuç bulunur.

x = 2 için $2\cdot 2 + 3 = 7$

**1. Aşağıdaki soruları çözünüz.**

a) P(x) in $x^2 - 5x + 4$ ile bölümünden kalan $x - 5$ ise, $x - 4$ ile bölümünden kalan kaçtır?

d) –1

b) P(x) in $2x^2 - 5x + 3$ ile bölümünden kalan $2x - 1$ ise, $2x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

c) –5

c) P(x) in $x^2 - 4$ ile bölümünden kalan $3x + 1$ ise, $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

b) 2

d) P(x) in $x^2 - 4x$ ile bölümünden kalan $4x - 1$ ise, x ile bölümünden kalan kaçtır?

a) –1

**2.** P(x) polinomunun $x^3 - 3x^2$ ile bölümünden kalan $2x^2 - 3x + 1$ dir.

**Buna göre, P(x) in x – 3 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

**3.** P(x) polinomunun $x^2 - 3x - 4$ ile bölümünden kalan $2x + 7$ dir.

**Buna göre, P(x) in x – 4 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

*karekök*





## *köşetaşı*

P(x) polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan 1, $x + 3$ ile bölümünden kalan –11 dir.

**Buna göre, P(x) polinomunun (x – 1)(x + 3) ile bölümünden kalan nedir?**

## *açıklamalı çözüm*

Bölen polinom ikinci dereceden ise, kalanın $ax + b$ şeklinde bir polinom olması beklenir.

P(x) polinomu $(x - 1)(x + 3)$ ile bölündüğünde bölüm B(x), kalan $ax + b$ olsun.

$P(x) = (x - 1)(x + 3)\cdot B(x) + ax + b$

$P(1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$
$P(-3) = -11 \Rightarrow -3a + b = -11$

$-a - b = -1$
$-3a + b = -11$

$-4a = -12 \Rightarrow a = 3$

a = 3 için $3 + b = 1 \Rightarrow b = -2$

Kalan = $ax + b = 3x - 2$

**1. Aşağıdaki soruları çözünüz.**

a) P(x) in $x - 2$ ile bölümünden kalan 5, $x + 3$ ile bölümünden kalan –10 dur. P(x) in $(x - 2)(x + 3)$ ile bölümünden kalan nedir?

d) $4x - 5$

b) P(x) in $x + 1$ ile bölümünden kalan 1, $x + 4$ ile bölümünden kalan –11 dir. P(x) in $x^2 + 5x + 4$ ile bölümünden kalan nedir?

c) $2x + 7$

c) P(x) in $x - 3$ ile bölümünden kalan 13, $x + 3$ ile bölümünden kalan 1 dir. P(x) in $x^2 - 9$ ile bölümünden kalan nedir?

b) $4x + 5$

d) P(x) in $2x - 1$ ile bölümünden kalan –3, $4x + 1$ ile bölümünden kalan –6 dır. P(x) in $8x^2 - 2x - 1$ ile bölümünden kalan nedir?

a) $3x - 1$

**2.** P(x) polinomunun x ile bölümünden kalan 5, $3x - 2$ ile bölümünden kalan 7 dir.

**Buna göre, P(x) in $3x^2 - 2x$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2x - 4$ B) $2x + 3$ C) $3x - 1$ D) $3x - 5$ E) $3x + 5$

**3.** P(x) polinomu $x - 1$ ile bölündüğünde kalan –3, $2x - 4$ ile bölündüğünde kalan –1 oluyor.

**Buna göre, P(x) polinomu $2x^2 - 6x + 4$ ile bölündüğünde kalan aşağıdakilerden hangisi olur?**

A) $2x + 3$ B) $2x - 5$ C) $3x - 1$ D) $3x + 10$ E) $4x - 6$

*karekök*

## TARAMA TESTİ



**1.** $(x^2 - 1)\,P(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

**olduğuna göre, P(x) aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x - 1$ B) $x + 1$ C) $2x + 1$ D) $x^2 - 1$ E) $x^2 + x - 1$

**2.** **Yedinci dereceden bir polinom Q(x) polinomuna bölündüğünde kalan en fazla birinci dereceden bir polinom olduğuna göre Q(x) polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 4 D) 7 E) 8

**3.** $P(x + 3) = 2x^2 - 3x + 5$

**polinomunun x – 4 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 20 B) 22 C) 25 D) 26 E) 29

**4.** $P(x - 3) = 3x^3 - 2x + n$

polinomu veriliyor.

**P(x – 2) polinomunun x ile bölümünden kalan 3 olduğuna göre, n kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**5.** $P(x - 1) = 3x^2 - 5x + 7$

**P(x – 2) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

**6.** $(x + 1)\,P(x - 1) = 2x^2 - x + n + 1$

polinomu veriliyor.

**P(x + 3) polinomunun x + 2 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

*karekök*





**7.** $\dfrac{P(x + 1)}{Q(x + 4)} = 3x^2 + 2x + 1$

bağıntısı veriliyor.

**Q(x + 5) polinomunun x + 3 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, P(x + 4) polinomunun x + 5 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 14 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

**8.** $P(x) = 2x^{12} - x^6 + 6$

**polinomunun $x^6 + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

**9.** $P(x) = x^3 - 2x$

**polinomunun $x^2 + x + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $1 - 2x$ B) $1 - x$ C) $2x + 1$ D) $3x - 1$ E) $3x$

**10.** $P(x) = 2x^3 - nx + m + 6$

**polinomunu (x – 1)(x + 1) polinomuna tam bölündüğüne göre, n + m toplamı kaçtır?**

A) –6 B) –5 C) –4 D) –3 E) –2

**11.** P(x) polinomu $x^2 - 4x - 5$ polinomuna bölündüğünde kalan $2x + 3$ tür.

**Buna göre, P(x) in x + 1 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

**12.** P(x) in x – 1 ile bölümünden kalan 3, x – 3 ile bölümünden kalan 7 dir.

**Buna göre, P(x) in $x^2 - 4x + 3$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x - 3$ B) $x - 1$ C) $x + 2$ D) $2x + 1$ E) $2x + 3$

*karekök*



| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | B | C | B | C | A | D | C | A | C | B | D |

# KONU TESTİ - 1



**1.** **$P(x) = x^2 + x - 2$ polinomunun $Q(x) = x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

**2.** $P(x) = 4x^2 - 7x + a$

**polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 5 ise a kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**3.** $P(x + 1) = 2x^3 - 5x + 1$

**polinomunun $x + 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) –34 B) –36 C) –38 D) –40 E) –42

**4.** $P(x) = x^3 - 2x^2 + mx$

**polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan 4 ise, $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 5 B) 7 C) 8 D) 10 E) 11

**5.** P(x) polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan 2, $x - 2$ ile bölümünden kalan 8 dir.

**Buna göre, P(x) polinomunun $x^2 - x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) $2x - 4$ B) $4x - 2$ C) $x + 4$ D) $2x + 2$ E) $2x + 4$

**6.** $x^2 \cdot P(x) = 3x^2 - x^3$

**olduğuna göre, $P(x - 2)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) 6

**7.** Bir P(x) polinomunun $x^2 - x$ polinomuna bölümünden kalan $2x - 1$ dir.

**Buna göre, bu polinomun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

**8.** $P(x + 1)$ polinomunun katsayılar toplamı 4, sabit terimi 5 tir.

**Buna göre, $P(x + 3) + P(x + 2)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 4 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9







**9.** $P(x + 5) = 3x^3 - 2x^2 - x + 1$

polinomu veriliyor.

**$P(x + 6)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

**10.** $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 3$

**olduğuna göre, $P(\sqrt[3]{7} - 1)$ değeri kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

**11.** $P(x^3 + 2) = x^3 + 2$

**polinomunun $x - \sqrt[3]{4}$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

**12.** P(x) ve Q(x) polinomları için,

$P(x + 1) = (x^2 + x) \cdot Q(x) + x^2 - x + 3$

**Q(x) polinomunun katsayılar toplamı 3 olduğuna göre, $P(x + 2)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

**13.** $P(x - 1) = x^2 - x + 3$

**olduğuna göre, $P(x + 1)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $x^2 - 2x + 5$ B) $x^2 + 5x - 3$ C) $x^2 + 3x + 2$ D) $x^2 - 3x + 5$ E) $x^2 + 3x + 5$

**14.** $(x - 1)\,P(x - 1) = x^2 - 2x + m - 1$

polinomu veriliyor.

**$P(x + 1)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

**15.** İkinci dereceden P(x) polinomu için $P(1) = P(2) = 0$ dır.

$P(-1) = 12$

**olduğuna göre, P(x) polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

**16.** $P(x) = x^4 - x^3 + 5$

**polinomunun $x^3 - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) $x - 3$ B) $2x + 1$ C) $2x + 3$ D) $3x + 1$ E) $3x + 2$





1 C 2 C 3 C 4 D 5 E 6 D 7 B 8 E 9 C 10 A 11 D 12 D 13 E 14 C 15 E 16 C

## KONU TESTİ - 1 (Çözümler)



**1.** P(x) polinomunun Q(x) = x – 2 polinomuna bölümünden kalanı bulabilmek için Q(x) polinomunu 0 yapan x = 2 değerini P(x) polinomunda yerine yazmalıyız.

$P(2) = 2^2 + 2 - 2 = 4$ bulunur.

Yanıt C

**2.** P(x) polinomunun x – 2 ile bölümünden kalan 5 ise P(2) = 5 tir.

$P(2) = 4\cdot 2^2 - 7\cdot 2 + a$

$= 2 + a = 5$

$a = 3$ olur.

Yanıt C

**3.** P(x + 1) polinomunun x + 3 ile bölümünden kalan P(–3 + 1) = P(–2) soruluyor.

x = –3 için

$P(-2) = 2\cdot(-3)^3 - 5\cdot(-3) + 1$

$= -54 + 15 + 1$

$= -38$ dir.

Yanıt C

**4.** P(x) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan 4 ise P(1) = 4 tür.

$P(1) = 1^3 - 2\cdot 1^2 + m\cdot 1$

$= -1 + m = 4$

$m = 5$ bulunur.

Buradan P(x) polinomunun x – 2 ile bölümünden kalan,

$P(2) = 2^3 - 2\cdot 2^2 + 5\cdot 2$

$= 8 - 8 + 10$

$= 10$ bulunur.

Yanıt D

**5.** Bölen polinom ikinci dereceden olduğundan, kalan ax + b polinomu olsun.

P(x) polinomu $x^2 - x - 2$ ile bölündüğünde bölüm B(x) ise,

$P(x) = (x^2 - x - 2)\cdot B(x) + ax + b$

$P(-1) = 2 \Rightarrow -a + b = 2$

$P(2) = 8 \Rightarrow 2a + b = 8$

$a - b = -2$

$2a + b = 8$

$3a = 6 \Rightarrow a = 2$

$a = 2$ için $2 - b = -2 \Rightarrow b = 4$

kalan = ax + b = 2x + 4

Yanıt E

**6.** P(x – 2) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan olan P(–1) soruluyor.

Verilen $x^2\cdot P(x) = 3x^2 - x^3$ eşitliğin de x = –1 değerini yerine yazalım.

$(-1)^2\cdot P(-1) = 3\cdot(-1)^2 - (-1)^3$

$P(-1) = 3 + 1 = 4$ bulunur.

Yanıt D

**7.** P(x) polinomu $x^2 - x$ polinomuna bölündüğünde bölüm B(x) olsun.

$P(x) = (x^2 - x)\cdot B(x) + 2x - 1$

P(x) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan P(1) soruluyor.

x = 1 için

$P(1) = (1^2 - 1)\cdot B(1) + 2\cdot 1 - 1$

$P(1) = 1$ bulunur.

Yanıt B

**8.** P(x + 1) polinomunun kat sayılar toplamı P(2) = 4, sabit terimi P(1) = 5 verilmiştir.

Buna göre, P(x + 3) + P(x + 2) polinomunun x + 1 ile bölümünden kalan, (x yerine –1 yazalım)

P(2) + P(1) = 4 + 5 = 9 bulunur.

Yanıt E







**9.** P(x + 6) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan olan P(7) soruluyor.

$P(x + 5) = 3x^3 - 2x^2 - x + 1$ polinomunda x yerine 2 yazalım.

$P(2 + 5) = 3\cdot 2^3 - 2\cdot 2^2 - 2 + 1$

$P(7) = 24 - 8 - 1$

$P(7) = 15$ bulunur.

Yanıt C

**10.** Daha rahat işlem yapabilmek için P(x) polinomunu düzenleyelim.

$P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 3$

$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 4$

$= (x + 1)^3 - 4$

Şimdi $x = \sqrt[3]{7} - 1$ değerini yerine yazalım.

$P(\sqrt[3]{7} - 1) = (\sqrt[3]{7} - 1 + 1)^3 - 4$

$= (\sqrt[3]{7})^3 - 4$

$= 7 - 4$

$= 3$ bulunur.

Yanıt A

**11.** $x - \sqrt[3]{4}$ ifadesini 0 yapan $x = \sqrt[3]{4}$ değerini,

$P(x^3 + 2) = x^3 + 2$ polinomunda yerine yazalım.

$P((\sqrt[3]{4})^3 + 2) = (\sqrt[3]{4})^3 + 2$

$P(4 + 2) = 4 + 2$

$P(6) = 6$

Yanıt D

**12.** Q(x) polinomunun kat sayılar toplamı Q(1) = 3 tür.

P(x + 2) polinomunun sabit terimi P(2) soruluyor.

$P(x + 1) = (x^2 + x)\cdot Q(x) + x^2 - x + 3$

polinomunda x yerine 1 yazalım.

$P(1 + 1) = P(2) = (1^2 + 1)\cdot Q(1) + 1^2 - 1 + 3$

$= 2\cdot 3 + 1 - 1 + 3$

$= 9$ bulunur.

Yanıt D

**13.** $P(x - 1) = x^2 - x + 3$ polinomunda x yerine x + 2 yazalım.

$P(x + 2 - 1) = (x + 2)^2 - (x + 2) + 3$

$P(x + 1) = x^2 + 4x + 4 - x - 2 + 3$

$= x^2 + 3x + 5$ olur.

Yanıt E

**14.** m nin değerini bulmak için

$(x - 1)\cdot P(x - 1) = x^2 - 2x + m - 1$

polinomunda x yerine 1 yazalım.

$(1 - 1)\cdot P(1 - 1) = 1^2 - 2\cdot 1 + m - 1$

$0 = m - 2$

$2 = m$ bulunur.

P(x + 1) polinomunun sabit terimi olan P(1) soruluyor.

x = 2 için,

$(2 - 1)\cdot P(2 - 1) = 2^2 - 2\cdot 2 + 2 - 1$

$P(1) = 1$ bulunur.

Yanıt C

**15.** P(1) = P(2) = 0 ve P(x) polinomu ikinci dereceden bir polinom ise, a sabit bir sayı olmak üzere,

$P(x) = a\cdot(x - 1)\cdot(x - 2)$ yazabiliriz.

P(–1) = 12 olduğuna göre,

$P(-1) = a(-1 - 1)\cdot(-1 - 2)$

$= a\cdot(-2)\cdot(-3)$

$= 6a = 12 \Rightarrow a = 2$ bulunur.

P(x) polinomunun x ile bölümünden kalan P(0) soruluyor.

$P(x) = 2\cdot(x - 1)\cdot(x - 2)$ polinomunda x = 0 değerini yerine yazalım.

$P(0) = 2\cdot(0 - 1)\,(0 - 2)$

$= 2\cdot(-1)\cdot(-2)$

$= 4$ bulunur.

Yanıt E

**16.** P(x) polinomunun $x^3 - 2$ ile bölümünden kalanı bulabilmek için $x^3 - 2$ ifadesini 0 yapan $x^3 = 2$ değeri polinomda yerine yazılır.

$P(x) = x^4 - x^3 + 5$

$= (x^3)\cdot x - (x^3) + 5$

Kalan = 2x – 2 + 5

= 2x + 3

Yanıt C

1. **P(x) polinomu $(x-3)^2$ polinomuna bölümünden kalan 2x + 5 olduğuna göre, x – 3 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 6 B) 8 C) 11 D) 13 E) 15

2. P(x) ve Q(x) polinomlarının x – 1 ile bölümünden kalanlar sırasıyla, 3 ve 5 dir.

$P(x) - 4x + kQ(x)$

**polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan 14 ise k kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $P(x) = x^2 + 6x + 4$

**olduğuna göre, $P(\sqrt{5} - 3)$ değeri kaçtır?**

A) –3 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $P(x + 3) = (x + 3)^2 - 4$

**olduğuna göre, P(x – 1) polinomunun kat sayılar toplamı kaçtır?**

A) –6 B) –5 C) –4 D) –3 E) –2

5. $P(3x - 1) = x^2 - ax + 1$

polinomu veriliyor.

**P(x – 2) polinomunun x – 4 ile tam bölünebilmesi için a kaç olmalıdır?**

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

6. $P(x) = x^5 + 3x^4 - x^3$

**polinomunun $x^2 + 2$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 5x – 6 B) 6x – 5 C) 3x – 6 D) 5x + 6 E) 6x + 12

7. $P(x - 2) = 2x^2$

polinomu veriliyor.

**Buna göre, P(x) polinomunun sabit terimi kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

8. (x – 2) P(x + 1) – Q(x) + 5 polinomunun x + 2 ile bölümünden kalan 14, Q(x + 1) polinomunun x + 3 ile bölümünden kalan 7 dir.

**Buna göre, P(x + 2) polinomunun x + 3 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) –4 B) –3 C) –2 D) –1 E) 0

*karekök*





9. Birinci dereceden P(x) polinomu için P(x + 1) = 4x tir.

**P(x + 2) polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $P(x) = (x^2 - 6x - 7)\,B(x) + 3x - 1$

**polinomunun x – 7 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

11. P(x) birinci dereceden bir polinomdur.

$x \cdot P(x) = x^2 - 3x + m - 1$

**olduğuna göre, P(m) kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

12. P(x) polinomunun $x^2 + x$ ile bölümünden bölüm sabit bir sayı kalan ise x + 4 tür.

**P(1) = 7 olduğuna göre, P(x) in başkatsayısı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. P(x) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan 3, x + 1 ile bölümünden kalan 7 dir.

**Buna göre, P(x) in $x^2 - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) –2x + 5 B) x – 5 C) x + 1 D) 2x + 3 E) 2x + 5

14. P(x) polinomu $x^2 - 4$ ile bölündüğünde bölüm 4x – 7 dir.

**Buna göre, P(x + 1) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) –3 B) –1 C) 1 D) 3 E) 5

15. $P(x - 2) = (x - 1) \cdot Q(x) + 3$

polinomu veriliyor.

**P(x + 5) polinomunun x + 6 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. İkinci dereceden P(x) polinomu x – 1 ve x – 2 ile tam bölünebilmektedir.

**P(4) = 12 olduğuna göre, P(x) polinomunun baş katsayısı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

*karekök*



1 C 2 C 3 C 4 C 5 D 6 E 7 E 8 A 9 D 10 C 11 A 12 A 13 A 14 C 15 C 16 D

**1.** **Bir polinomun $(x-2)^2$ ile bölümünden kalan $3x+8$ olduğuna göre, bu polinomun $x-2$ ile bölümünden kalan nedir?**

A) 15 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

(ÖYS 1987)

**2.** **P(x), Q(x) gibi iki polinomun $x-5$ ile bölümünden kalan sırasıyla 2 ve 3 ise, P(x).Q(x) çarpımının $x-5$ ile bölümünden kalan ne olur?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(ÖYS 1988)

**3.** **P(x) ve Q(x) polinomlarının $x-1$ ile bölümünden kalanlar sırası ile −4 ve 6 olduğuna göre, t nin hangi değeri için 3P(x) + t.Q(x) polinomu $x-1$ ile tam olarak bölünür?**

A) −3 B) −2 C) 1 D) 2 E) 3

(ÖYS 1990)

**4.** $P(x-1)+P(x+1)=4x^2-2x+10$ olduğuna göre,

**P(x) polinomu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2x^2-x-3$ B) $2x^2+x-3$

C) $2x^2-x+3$ D) $4x^2+x-1$

E) $4x^2-x+1$

(ÖYS 1991)

**5.** **$P(x)=x^3+5x^2+5x+27$ polinomu, Q(x) polinomu ile bölündüğünde bölüm $x+5$ olduğuna göre, kalan kaçtır?**

A) −2 B) −1 C) 2 D) 3 E) 4

(ÖYS 1993)

**6.** $P(x-2)=(x^2+1)\cdot Q(x-1)-x-1$ eşitliği verilmiştir.

**P(x) polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan 20 olduğuna göre, Q(x) polinomunun $x-4$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(ÖYS 1994)



*polinomlarda bölme işlemi*

**7.** $Q(3x)=18x+6$

**olduğuna göre, Q(x) polinomunun $x-5$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 32 B) 36 C) 54 D) 86 E) 96

(ÖSS 1996)

**8.** $P(x)=x^4+\frac{1}{2}x^3+x^2+ax$

**polinomunun $x^2+1$ ile kalansız bölünebilmesi için a kaç olmalıdır?**

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) −2

(ÖSS 1996)

**9.** $Q(x)=x^3+5x^2+px-8$

**polinomunun çarpanlarından biri $(x-2)$ olduğuna göre, p nin değeri kaçtır?**

A) −15 B) −10 C) D) 13 E) 16

(ÖSS 1997)

**10.** $P(x-4)\cdot x+a=x^2-4x+6$

**eşitliğindeki P(x) polinomu $(x-2)$ ile kalansız olarak bölünebildiğine göre, a kaçtır?**

A) 21 B) 18 C) 15 D) 12 E) 9

(ÖSS 1998)

**11.** **Bir P(x) polinomunun $x(x+3)$ ile bölümünden kalan $9-9x$ olduğuna göre, $x+3$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 30 B) 33 C) 36 D) 39 E) 42

(ÖYS 1998)

**12.** Katsayılarının toplamı −2 olan bir P(x) polinomunun $(x+3)$ ile bölümünden kalan −10 dur.

**Buna göre, P(x) polinomunun $x^2+2x-3$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2x-4$ B) $2x-1$ C) $3x+1$

D) 20 E) −12

(ÖSS 1999 ipt.)

**13.** P(x) ve Q(x) polinomları için

$P(x + 2) = (x^3 - 2x - 3) \cdot Q(x) + x^2 + x + 1$

bağıntısı sağlanmaktadır.

**Q(x) in sabit terimi 5 olduğuna göre, P(x) polinomu (x – 2) ile bölündüğünde kalan kaçtır?**

A) –16 B) –15 C) –14 D) 0 E) 1

(ÖSS 1999)

**14.** P(x) bir polinom ve

$P(x - 1) + x^2 P(x + 1) = x^3 + 3x^2 + x + 1$

$P(2) = 4$

**olduğuna göre, P(x) polinomunun sabit terimi kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

(ÖSS 2000)

**15.** P(x) bir polinom ve

$x^3 + ax - 8 = (x - 2) P(x)$

**olduğuna göre, P(2) nin değeri kaçtır?**

A) 36 B) 32 C 24 D) 12 E) 0

(ÖSS 2000)

*karekök*

**16.** Her x gerçel sayısı için

$2x - 4 = ax(x - 1) + bx(x + 1) + c(x^2 - 1)$

**olduğuna göre, a.b.c çarpımı kaçtır?**

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

(ÖSS 2003)

**17.** $P(x) = 2x^3 - (m + 1)x^2 - nx + 3m - 1$

**polinomu $x^2 - x$ ile tam bölünebildiğine göre, m – n kaçtır?**

A) $\frac{-1}{3}$ B) $\frac{-1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

(LYS 2010)

**18. P(x) üçüncü dereceden bir polinom fonksiyonu olmak üzere,**

$P(-4) = P(-3) = P(5) = 0$

$P(0) = 2$

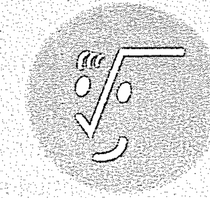
**olduğuna göre, P(1) kaçtır?**

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{8}{5}$

(LYS 2010)



| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | B | 2 | A | 3 | D | 4 | C | 5 | C | 6 | B | 7 | B | 8 | B | 9 | B |
| 10 | B | 11 | C | 12 | A | 13 | C | 14 | A | 15 | D | 16 | D | 17 | A | 18 | B |



# KARMA TESTLER

# POLİNOM

## KARMA TEST - 1

1. $\dfrac{a^3b - b^3a}{ba^2 - b^3}$

**ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\dfrac{a}{b}$ B) a C) $\dfrac{a^2 - b^2}{b}$ D) b E) ab

2. $P(x) = \sqrt{2}\,x^3 - 4\sqrt[3]{x^2} - \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{x} - 6$

**fonksiyonunun terimlerinden kaç tanesi bir polinoma ait olabilir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $P(x) = 3x^{m-2} - 5x^{\frac{3}{m}} - 4$

**ifadesi bir polinom olduğuna göre, m nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

4. $\dfrac{x(x^2+1) - 5(x^2+1)}{x^2+1}$

**ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 - 1$ B) $x - 5$ C) x D) $x + 5$ E) $x^2 + 1$

5. $P(x) = x$, $Q(x) = 2x^3$

**olduğuna göre, $P(x^3)\cdot(Q(x) - P(x))$**

A) $x^6 + x^4$ B) $x^4 - x^3$ C) $2x^6 + x^4$ D) $2x^6 - x^4$ E) $x^6 - x^4$

6. $P(x^2 + 1) = x^2 + 1$

**polinomunun $x - \sqrt{2}$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. P(x) in x − 2 ile bölümünden kalan 15, x + 1 ile bölümünden kalan 3 tür.

**Buna göre, P(x) in $x^2 - x - 2$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) x − 2 B) x + 4 C) 2x + 3 D) 4x + 3 E) 4x + 7

8. $\dfrac{ax - b + a - bx}{a - b}$

**ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?**

A) x − 1 B) x + 1 C) a − b D) b − a E) a + b

**9.** $3(xy + 2) - ya(yx + 2)$

**ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3 - ya$ B) $2 - xy$ C) $ya + 3$

D) $1 + xy$ E) $y + a$

**10.** $P(x - 1) = x^2 - 4x + 1$

polinomu veriliyor.

**P(x) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) –3 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

**11.** $(x + 2)\,P(x + 5) = x^3 + mx + 4$

polinomu veriliyor.

**Buna göre, m kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

**12.** $\dfrac{ax - x + 2y(a - 1)}{x + 2y}$

**ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $x - 2y$ B) $a - 1$ C) $x + 2y$

D) $x + a$ E) $ax + 1$

**13.** $P(x) = x^{38} - 5x^{19} + 7$

**polinomunun $6 - x^{19}$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

**14.** $P(x) = 4x^3 - ax + b - 1$

**polinomu $x^2 - 1$ ile bölündüğünde bölüm B(x), kalan 0 olduğuna göre, a kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



**15.** $\dfrac{1}{2x + 6} : \dfrac{x - 2}{x^2 + x - 6}$

**ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 1 B) x C) $\dfrac{1}{2}$

D) $x + 3$ E) $(x - 2)\cdot(x + 3)$

**16.** $\dfrac{x - \dfrac{8}{x} + 2}{1 + \dfrac{4}{x}} = 3$

**olduğuna göre, x kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



1 B 2 C 3 C 4 B 5 D 6 C 7 E 8 B 9 A 10 A 11 A 12 B 13 C 14 D 15 C 16 E

## KARMA TEST - 2

**1. Aşağıdakilerden hangisi**

$(x^2 - x)^2 - 14(x^2 - x) + 24$

**ifadesinin çarpanlarından biri değildir?**

A) $x - 4$ B) $x - 2$ C) $x - 1$

D) $x + 1$ E) $x + 3$

**2.** $(x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 2)(x^3 - 2x - 3)$

**çarpımı yapılırsa $x^3$ lü terimin katsayısı kaç olur?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**3.** $P(x) = x^2 - x + 1$

**polinomu x + 1 polinomuna bölündüğünde bölüm aşağıdakilerden hangisi olur?**

A) $x - 2$ B) $x - 1$ C) x

D) $x + 1$ E) $x + 2$

**4.** $(4^x - 1)^2 - 3\cdot 4^x + 3$

**ifadesini 0 yapan x değerleri toplamı kaçtır?**

*((–) parantezine alırken uyanık ol!)*

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

**5.** $\dfrac{8}{x^2 - 2x - 3} = \dfrac{A}{x - 3} + \dfrac{B}{x + 1}$

**olduğuna göre, 2A + B toplamı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

**6.** $4x^2 + 11x - 3 = 0$

**denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\left\{\dfrac{3}{4}, 1\right\}$ B) $\left\{-\dfrac{3}{4}, 1\right\}$ C) $\left\{-3, \dfrac{1}{4}\right\}$

D) $\left\{-\dfrac{1}{4}, 3\right\}$ E) $\left\{\dfrac{1}{3}, 4\right\}$



**7.** $\text{der}\left[\dfrac{P(x)}{x^2 + 1}\right] = 4$

**olduğuna göre, P(2x) polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

**8.** $a^2 - ab - 2b^2 = 4$

$a - 2b = 1$

**olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?**

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

9. $x - 2y = 2$

$4x + y = 5$

**olduğuna göre, $4x^2 - 7xy - 2y^2$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 2 B) 5 C) 10 D) 20 E) 25

10. **P(x) polinomunun $x^2 + 4x + 3$ ile bölümünden kalan $2x + 1$ olduğuna göre, $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

11. $P(x) = x^4 - x - 2$

**polinomunun $x^2 - x - 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2x - 3$ B) $2x$ C) $x + 2$ D) $2x + 2$ E) $3x + 2$

12. $P(x) = 2x^{16} - x^8 + 4$

**polinomunun $x^8 - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

13. $P(x) + P(x - 1) = 2x + 5$

**olduğuna göre, P(2) kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $(m - 2)^2 - 2(m - 2) - 15 = 0$

**denkleminin kökler toplamı kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

kareköök

15. Üçüncü dereceden P(x) polinomu $x + 3$, $x - 2$ ve $x + 1$ polinomları ile tam bölünüyor.

**Buna göre, $\frac{P(1)}{P(0)}$ oranı kaçtır?**

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

16. $P(x + 5) = 2x^2 + 1$

**polinomunun $x + 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 48 B) 50 C) 51 D) 58 E) 62



1 C 2 E 3 A 4 B 5 E 6 C 7 E 8 B 9 C 10 B 11 B 12 C 13 E 14 D 15 D 16 C

## KARMA TEST - 3

1. $\left(\frac{1}{x^2} - \frac{4}{y^2}\right) \cdot \left(\frac{x^2y^2}{2x - y}\right)$

**ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y + 2x$ B) $y + x$ C) $4y - x$ D) $-y - 2x$ E) $-2x - 4y$

2. $P(x) = x^3 + 2x$

**polinomu $x + 2$ polinomuna bölündüğünde bölüm ve kalanın toplamı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 - 2x + 6$ B) $x^2 + 2x + 12$ C) $x^2 + 2x - 3$ D) $x^2 + 2x - 6$ E) $x^2 - 2x - 6$

3. $2x + y = 6$

$\frac{(x - 2y)^2 - (2x - y)^2}{x - y} = 12$

**olduğuna göre, x kaçtır?**

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

4. $P(x) = 5x^3 + 4x^2 - 3$

**polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) –4 B) –2 C) –1 D) 1 E) 3

5. $P(2x + 1) = x^2 - 4x + 1$

**polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\left(\frac{1}{5} - 3\right)^2 - \left(\frac{4}{5} - 3\right)^2$

**işleminin sonucu kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

kareköök

7. $m = \sqrt{3} + 1$

$n = \sqrt{3} - 1$

**olduğuna göre, $m^2n^2$ çarpımının sonucu kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $xP(x + 2) = 5x^2 - 6x + t - 2$

polinomu veriliyor.

**P(x + 1) polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $3a + 2b = 13$

$9a^2 - 4b^2 = 65$

**olduğuna göre, ab çarpımının değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

10. P(x) polinomu Q(x + 1) polinomuna bölündüğünde bölüm x – 1 kalan 2x – 3 tür.

**Q(x) polinomunun x – 3 ile bölümünden kalan 10 olduğuna göre, P(x + 1) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

11. $P(x) = (m + 1)\sqrt{x} - \frac{(n + 2)}{x} - 3x$

**fonksiyonu polinom olduğuna göre, m·n çarpımı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $\sqrt{\frac{16}{25} + \frac{25}{16} - 2}$

**işleminin sonucu kaçtır?**

$\left(\left(\frac{5}{4} - \frac{4}{5}\right)^2\right.$ *ifadesini açmayı dene*$\left.\right)$

A) $\frac{3}{20}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{9}{20}$ E) $\frac{4}{5}$

13. $(y + 2x)^2 - 2\cdot(x - y)(y + 2x) + (x - y)^2$

**ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(x - y)^2$ B) $(x - 2y)^2$ C) $(2x + y)^2$ D) $(2x - y)^2$ E) $(x + 2y)^2$

14. $P(x) - Q(x) = 4x^2 - 3$

polinomu veriliyor.

**P(x) polinomunun katsayılar toplamı 3, Q(x) polinomunun sabit terimi 4 olduğuna göre, P(0) – Q(1) farkı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

15. $(4 - p)x^2 - x \equiv nx + 5x^2 - 2 + m$

**olduğuna göre, m + n + p toplamı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

16. $P(x) = 3x^2 - 3x - 6$ ve $Q(x) = 9x^2 + 9x$

**polinomlarının EKOK u aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 3(x + 1)

B) 3x(x – 1)(x – 2)

C) 3x·(x + 1)

D) 9x·(x – 2)

E) 9·x(x + 1)(x – 2)

karekök



1 D 2 E 3 E 4 A 5 A 6 C 7 D 8 B 9 E 10 C 11 E 12 D 13 E 14 B 15 C 16 E

## KARMA TEST - 4

1. $P(x) = \frac{(m+1)}{x} - n + 3$

**polinomu sıfır polinomu olduğuna göre, m·n çarpımı kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

2. $P(x) = (n + 1)x^2 - (m - 2)x + 3$

**polinomu sabit bir polinom ise, m + n toplamı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $P(x) = 2x^2 + 4x$

**olduğuna göre, P(2x) – P(x²) polinomu aşağıdakilerden hangisdir?**

A) $2x^4 + 4x^2 - 8x$ B) $2x^4 - 4x^2 + 8x$ C) $4x^4 + 4x^2 + 8x$ D) $-2x^4 + 4x^2 + 8x$ E) $4x^4 + 4x^2 - 8x$

4. $P(x) = 4x^2 - n + 1$

$Q(x) = (m + 3)x^2 - 2$

**polinomları özdeş olduğuna göre, n·m çarpımı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

5. $x^2 - x + 1 = 0$

**olduğuna göre, x⁴ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –x B) 1 – x C) x – 1 D) x E) x + 1

6. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 3$

**olduğuna göre, $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$ toplamı kaçtır?**

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

7. $\frac{x + 1}{x^2 + 4x - 5} \equiv \frac{A}{x + 5} + \frac{B}{x - 1}$

**olduğuna göre, 2A – 4B işleminin sonucu kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $x + y = 4$

$x\cdot y = 4$

**olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?**

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

karekök

9. $der[P(x) \cdot Q(x^3)] = 7$ ve

$der\left[\frac{Q(2x^2)}{P(x-1)}\right] = 3$

**olduğuna göre, P(x + 1) polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $P(x-2) = 4x^2 - 7x + m$

polinomu veriliyor.

**P(x + 1) polinomunun sabit terimi 9 olduğuna göre, m kaçtır?**

A) –7 B) –6 C) –5 D) –4 E) –3

11. $P(x) = x^8 - 3x^4 - 3$

**polinomunun $x^2 - \sqrt{5}$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

12. $P(x) = x^3 + mx - 4 + n$

**polinomunun $x^2 - x + 1$ ile bölümünden kalan $2x + 4$ ise, m·n çarpımı kaçtır?**

A) 8 B) 9 C) 12 D) 16 E) 18

13. P(x) polinomunun x – 2 ile bölümünden kalan 4, x + 2 ile bölümünden kalan 8 dir.

**Buna göre, P(x) in $x^2 - 4$ ile bölümünden kalan nedir?**

A) 6 – x B) 2x – 6 C) 2x + 3 D) x + 6 E) 2x + 4

14. $2x + \frac{1}{x} = 3$

**olduğuna göre, $2x - \frac{1}{x}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. $x + y = 3$

$x^2 - xy + y^2 = 10$

**olduğuna göre, $x^3 + y^3$ toplamının değeri kaçtır?**

A) 3 B) 6 C) 10 D) 13 E) 30

16. $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 7$

**olduğuna göre, $P(\sqrt[3]{5} - 1)$ değeri kaçtır?**

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

karekök



| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 A | 2 D | 3 D | 4 E | 5 A | 6 A | 7 C | 8 A | 9 A | 10 B | 11 B | 12 E | 13 A | 14 A | 15 E | 16 D |

# KARMA TEST - 5

1. **$x = \sqrt[3]{2}$ olduğuna göre,**

$(x+1)^3 - 3(x+1)^2 + 3(x+1) - 1$

**ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $P(x) = (m+4)x - m + n + 2$

**polinomu sıfır polinomu ise, m·n çarpımı kaçtır?**

A) 4 B) 6 C) 12 D) 18 E) 24

3. $(104)^2 - (102)^2 - 206 = 103 \cdot x$

**olduğuna göre, x kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. **$(a - 2b)^2$ tam karesinin açılımı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $a^2 - 2ab + b^2$
B) $a^2 - 2ab + 4b^2$
C) $a^2 + 2ab - b^2$
D) $a^2 - 4ab + 4b^2$
E) $a^2 + 4ab + 2b^2$

5. $\sqrt{302 \cdot 306 + 4}$

**ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 302 B) 303 C) 304 D) 305 E) 306

6. $\frac{z}{t} - \frac{t}{z} = 6$

**olduğuna göre, $\frac{z^2}{t^2} + \frac{t^2}{z^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 34 B) 35 C) 36 D) 37 E) 38

7. $P(x) = 4x - 1$, $Q(x) = x^2 + 1$

**olduğuna göre, P(x) – 2Q(x) polinomu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2x^2 - 4x - 3$
B) $-2x^2 + 3x + 3$
C) $-2x^2 + 4x - 3$
D) $-2x^2 + 4x + 1$
E) $2x^2 - 4x + 1$

8. $P(x) = x^2 + 1$, $Q(x) = x^3 + 2x + 1$

**olduğuna göre, $P(x) \cdot 3Q(x^2)$ polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

karekök

**9.** $a^2 + b^2 + c^2 = 17$

$a + b = 7 - c$

**olduğuna göre, ab + ac + bc ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 14 B) 16 C) 17 D) 18 E) 21

**10.** $P(x + 2) = 2x^2 - 3x + 5$

polinomu veriliyor.

**P(x + 3) polinomunun x + 2 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

**11.** $\dfrac{x^3 - y^3}{x^2 - yx} : \left(x + y + \dfrac{y^2}{x}\right)$

**ifadesinin <u>en sade</u> şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –1 B) –x C) x D) 1 E) 2x

**12.** $P(x - 3) + Q(x - 2) + 4x^2 + 1$

polinomunun x + 2 ile bölümünden kalan 18 ve Q(x – 5) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan 7 dir.

**P(x – 2) polinomunun x + 3 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) –8 B) –7 C) –6 D) –5 E) –4

**13.** $P(x) = 5x^3 - (n + 1)x + m$

**polinomu (x – 1)(x – 2) polinomuna bölündüğünde kalan 0 olduğuna göre, m kaçtır?**

A) 18 B) 20 C) 24 D) 26 E) 30

**14.** $x^4 - 1$ **ifadesinin çarpanlara ayrılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(x^2 - 1) \cdot x^2$

B) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$

C) $(x - 1)(x^2 + 1)$

D) $(x - 1)(x^2 + 1)$

E) $x^3 \cdot (x + 1)(x + 1)$

**15.** $P(x + 2) + P(x + 1) = 6x + 11$

**olduğuna göre, P(x) in katsayılar toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**16. P(x) polinomunun $x^2 - 3x + 2$ polinomu ile bölümünden kalan x + 2 olduğuna göre, P(x – 1) in x – 3 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5





1 B 2 E 3 B 4 D 5 C 6 E 7 C 8 D 9 B 10 E 11 D 12 C 13 E 14 B 15 D 16 D

# KARMA TEST - 6

**1.** $\dfrac{a^2 - \dfrac{1}{a}}{1 + \dfrac{1}{a} + a}$

**işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $a^2 - a$ B) $a - 1$ C) $a$ D) $a + 1$ E) $a^2 + a$

**2.** $P(x + 5) = 2x^2 + 1$

**polinomunun x + 5 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 48 B) 50 C) 51 D) 58 E) 62

**3.** $y = 5$

$z = 3$

**olduğuna göre, $y^4 + z^4 + 6y^2z^2 - 4(y^3z + z^3y)$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

**4.** $P(x) = x^{30} - 2x^{20} + x^{10} - 4$

**polinomunun $4 - x^{10}$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 28 B) 29 C) 30 D) 32 E) 33

**5.** $m = \sqrt[3]{15} - 2$

**olduğuna göre, $m^3 + 6m^2 + 12m + 1$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

**6.** $P(x - 3) = Q(x + 2) - 2x + 4$

bağıntısı veriliyor.

**P(x + 2) polinomunun x + 3 ile bölümünden kalan 12 ise Q(x + 3) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 4 B) 6 C) 7 D) 9 E) 12

**7.** $P(x) = x^3 - mx + n + 1$

**polinom (x + 1)(x – 2) polinomuna tam bölündüğüne göre, n kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

**8.** $x - 1 = a$

$x^2 + x + 1 = b$

**olduğuna göre, $a \cdot b - 4 - x^3$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –6 B) –5 C) –4 D) –3 E) –2

9. $\dfrac{609^3 - 1}{609^2 + 700}$

**işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 607 B) 608 C) 609 D) 700 E) 701

10. $P(x) = x^4 - 2x^3 + 1$

**polinomunun $x^3 - 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2x - 1$ B) $x - 1$ C) $x$ D) $x + 1$ E) $2x + 1$

11. **$x^2 - 4x + 1 = 0$ olduğuna göre,**

$x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

**ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

12. $P(x + 1) = x^2 - 2x$

**polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

13. P(x) polinomunun $(x - 5)(x + 3)$ ile bölümünden kalan $2x - 4$ tür.

**P(x) in $x - 5$ ile bölümünden kalan m, $x + 3$ ile bölümünden kalan n olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?**

A) −6 B) −5 C) −4 D) −3 E) −2

14. $t \neq 1$

$t^3 - 1 = 0$

**olduğuna göre, $t^4 + 1$ toplamı kaçtır?**

A) $t - 1$ B) $-t$ C) $t$ D) $t + 1$ E) $2t + 1$

15. $P(x) = x^2 - 3x - 2$ polinomunun $x - 1$ ve $x + 2$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla a ve b dir.

**Buna göre, a + b toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. $\dfrac{x^3 - y^3}{(x + y)^2 - xy}$

**ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 - xy$ B) $x - y$ C) $x + y$ D) $x^2 + 1$ E) $x^2 + y$

karekök



1 B 2 C 3 E 4 D 5 C 6 E 7 A 8 B 9 B 10 B 11 A 12 B 13 C 14 D 15 D 16 B

## KARMA TEST - 7

1. $\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{n} = 2$

$m \cdot n = 3$

**olduğuna göre, $m^2 + n^2$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

2. $P(x) = 2x^3 - x^2 + 1 + m$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan 4 tür.

**Buna göre, P(x) polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) −14 B) −13 C) −12 D) −11 E) −10

3. $\dfrac{4p^2 + 4p + 1}{4} = (p + x)^2$

**olduğuna göre, x kaçtır?**

A) −3 B) $-\dfrac{1}{2}$ C) 1 D) $\dfrac{1}{2}$ E) 2

4. $(x + 1)\ P(x - 1) = 4x^3 - nx + 1$

polinomu veriliyor.

**P(x + 1) polinomunun x + 4 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 22 B) 23 C) 25 D) 26 E) 27

5. $P(x) = x^4 - 2x + 3$

**polinomunun $x^3 - 2$ ile bölümünden kalan ax + b olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $5x - \dfrac{1}{5x} = 8$

**olduğuna göre, $\dfrac{625x^4 + 1}{25x^2}$ ifadesinin sonucu kaçtır?**

A) 62 B) 63 C) 64 D) 65 E) 66

7. $P(x) = 4x^3 + 1$ ve $Q(x) = x^5$

**olduğuna göre, P(x) − Q(x) polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $\dfrac{x^{-3} + 1}{x^{-2} - x^{-1} + 1}$

**ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $1 - \dfrac{1}{x}$ B) $x$ C) $\dfrac{1}{x}$ D) $1 + \dfrac{1}{x}$ E) 2

karekök

**9.** $\sqrt[4]{2} = a$ **olduğuna göre,**

$$\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt[8]{2}-1)(\sqrt[8]{2}+1)}$$

**işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $a-2$  B) $1-a$  C) $a-1$  D) $a$  E) $a+1$

**10.** $P(x) = x^2 + 1$

**olduğuna göre, $3 \cdot P(x^2)$ polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 2  B) 3  C) 4  D) 6  E) 8

**11.** $P(x) = 4x^3 - x^2 + nx + m$

**polinomu $x^2 - 4$ polinomuna tam bölündüğüne göre, m + n toplamı kaçtır?**

A) –13  B) –12  C) –11  D) –10  E) –9

**12.** $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{16}\right) = 1 - \frac{1}{2^x}$

**olduğuna göre, x kaçtır?**

A) 2  B) 4  C) 6  D) 8  E) 10

**13.** P(x) polinomu x + 3 ile bölündüğünde 2, x – 2 ile bölündüğünde 7 kalanı vermektedir.

**P(x) polinomunun $x^2 + x - 6$ ile bölümünden kalan nedir?**

A) $x + 3$  B) $x + 5$  C) $2x - 4$  D) $3x - 1$  E) $5x + 1$

**14.** $P(x) = x^2 - 2x - 3 + m$

**polinomunun x – 3 ile bölümünden kalan 5 ise, x + 1 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 1  B) 2  C) 3  D) 4  E) 5

**15. n < 0 < m olmak üzere,**

$$\frac{m^2 - n^2}{m^2 - 2|mn| + n^2}$$

**ifadesinin eşiti nedir?**

A) –1  B) $\frac{m-n}{m+n}$  C) $\frac{mn}{m+n}$  D) $m + n$  E) 1

**16.** $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$

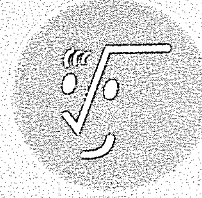
**olduğuna göre, $P(\sqrt[3]{7} + 1)$ değeri kaçtır?**

A) 1  B) 2  C) 3  D) 4  E) 5





1 B 2 B 3 D 4 C 5 C 6 E 7 E 8 D 9 E 10 C 11 B 12 D 13 B 14 E 15 B 16 C



# İDEAL SINAV

# POLİNOM

Adı:
Soyadı:
Tarih: / /

 KAPALI UÇLU SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $P(x) = 3x^{a-5} - 4x^2 + x^{\frac{6}{a}} - 2$

**ifadesi bir polinom olduğuna göre, a nın alabileceği kaç değer vardır?**

Cevap: ☐

2. $P(x) = 2x - 1$
$Q(x) = x^3 - 4x$

**olduğuna göre, $P(x^2) - Q(2x)$ işleminin sonucunu bulunuz.**

Cevap: ☐

3. $P(x) = x^{20} + 2x^{10} + 5$

**polinomunun $x^5 - \sqrt{2}$ ile bölümünden kalan kaçtır?**

Cevap: ☐

4. $(x - 1) \cdot P(x + 1) = 4x^2 - mx + n$ polinomu veriliyor.

**P(x) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, n değerini bulunuz.**

Cevap: ☐

5. $P(x - 3) = 5x^3 - 2x + m$

**polinomunun kat sayılar toplamı 4 olduğuna göre, P(x – 1) polinomunun sabit terimi kaçtır?**

Cevap: ☐

## B ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

**Önerilen süre: 15 dk.**

1. $P(x) = \dfrac{ax - b + a - bx}{a - b}$

**Buna göre, P(x + 1) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $P(x) = x^2 + 3x + 1$ ve $Q(x) = -2x + 1$

**olduğuna göre, P(x)·Q(x) çarpımı yapılırsa $x^2$ li terimin katsayısı kaç olur?**

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

3. $\text{der}\left[\dfrac{P(x)}{Q(x^2)}\right] = 3$ ve $\text{der}[P^3(x) \cdot Q(x^2)] = 9$

**olduğuna göre, der[P(x + 1)] değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\dfrac{2x + 4}{x + 3} \equiv A + \dfrac{B}{x + 3}$

**olduğuna göre, B kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $P(x + 1) \cdot Q(x - 2) = 4x^2 - 2x + 8$ bağıntısı veriliyor.
**Q(x + 1) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan 8 olduğuna göre, P(x + 2) polinomunun x – 3 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



## C BOŞLUK TAMAMLAMA

**Önerilen süre: 15 dk.**

1. **Aşağıdaki boşlukları doğru biçimde doldurunuz.**

| Fonksiyon | Polinom mu? (✓ / X) | Polinomun derece | Polinomun başkatsayısı | Polinomun sabit terimi | Polinomun katsayılar toplamı |
|---|---|---|---|---|---|
| a) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$ | .................. | .................. | .................. | .................. | .................. |
| b) $f(x) = 4\sqrt{x} + 3x - 5$ | .................. | .................. | .................. | .................. | .................. |
| c) $f(x) = \sqrt{2}\,x + 3$ | .................. | .................. | .................. | .................. | .................. |
| d) $f(x) = \dfrac{4}{x} - 5x^2$ | .................. | .................. | .................. | .................. | .................. |
| e) $f(x) = \sqrt{x} + 1$ | .................. | .................. | .................. | .................. | .................. |
| $f(x) = x^{\frac{1}{3}} - 2$ | .................. | .................. | .................. | .................. | .................. |
| $g(x) = (x - 1) \cdot x$ | .................. | .................. | .................. | .................. | .................. |

2. **P(x) = x + 3 ve Q(x) = 5 polinomlarını kulanarak aşağıdaki boşlukları doğru biçimde doldurunuz.**

a. P(x + 1) = ....................

b. P(x – 1) polinomunun sabit terimi .................. dir.

c. P(x – 2) polinomunun x – 3 ile bölümünden kalan ........... dir.

d. $Q(x^2 + 1)$ = ....................

e. Q(x + 1) polinomunun x + 2 ile bölümünden kalan ............. dir.

f. P(x) · Q(x – 1) polinomunun x – 1 ile bölümünden kalan ......... dır.

g. P(2x) · Q(2x) polinomunun katsayılar toplamı ................ dır.

## D DOĞRU CEVAP İLE EŞLEŞTİRME

**Aşağıdaki soruların doğru cevaplarını karşılarındaki parçalarda bulup eşleştiriniz.**

Önerilen süre: 10 dk.

| Soru | Cevap |
| --- | --- |
| $P(x) = (n + 1)x - n + 2$ polinomu sabit polinom ve $Q(x) = (m - 2)x$ polinomu sıfır polinomu olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımı | 0 |
| $4x^2 - 6 \equiv (n + 1)x^3 - (3 - m)x^2 + 2 - r$ olduğuna göre, $n - m - r$ değeri | 5 |
| $x \cdot P(x) = x^2 - 2x$ olduğuna göre, $P(x + 1)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan | -2 |
| $P(x^3 + 1) = x^3 + 1$ ise $P(5)$ in değeri | -16 |

## E DOĞRU VEYA YANLIŞ TESTİ

Önerilen süre: 10 dk.

**Aşağıda verilen ifadelerin doğru ya da yanlış olduklarını karşılarında verilen kutulara işaretleyiniz.**

| | Doğru | Yanlış |
| --- | --- | --- |
| 1. $P(x) = 4x^3 - x^4 + x + 1$ polinomunun başkatsayısı 4 tür. | ☐ | ☐ |
| 2. $P(x) = (n + 1)x^n - (m + 1)x^5 + 3$ polinomu 4. dereceden bir polinom olduğuna göre $m + n = 3$ tür. | ☐ | ☐ |
| 3. $P(x^2 - 3)$ polinomunun sabit terimi $P(-3)$ tür. | ☐ | ☐ |
| 4. $P(x)$ polinomu için sadece, $(x - 1)P(x) = x^2 - 4x + m - 1$ eşitliği veriliyorsa m nin değerini bulamayız. | ☐ | ☐ |

## A) Açık uçlu soruların cevapları

**1.** P(x) in bir polinom olabilmesi için x in üssündeki sayıların doğal sayı olması gereklidir.

Bu sebeple $a-5$ ve $\frac{6}{a}$ yı doğal sayı yapan a değerlerini bulmalıyız.

✲ $\frac{6}{a}$ yı doğal sayı yapan a değerleri 1, 2, 3 ve 6 dır.

✲ $a-5$ in bir doğal sayı olması için a nın 5 ya da 5 den büyük bir doğal sayı olmalıdır.

Buna göre; her iki ifadeyi de doğal sayı yapan a değeri sadece 6 dır.

**2.** Önce $P(x^2)$ ve $Q(2x)$ polinomlarını bulalım. (fonksiyonlarda yaptığımızdan bir farkı yok)

$P(x^2) = 2x^2 - 1$

$Q(2x) = (2x)^3 - 4\cdot(2x) = 8x^3 - 8x$

Buradan;

$P(x^2) - Q(2x) = 2x^2 - 1 - (8x^3 - 8x)$

$= 2x^2 - 1 - 8x^3 + 8x$ bulunur.

**3.** $x^5 - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow x^5 = \sqrt{2}$ dir.

Polinom düzenlenip $x^5 = \sqrt{2}$ değeri yerine koyulur.

$P(x) = (x^5)^4 + 2\cdot(x^5)^2 + 5$

$x^5 = \sqrt{2}$ için

kalan $= (\sqrt{2})^4 + 2\cdot(\sqrt{2})^2 + 5$

$= 4 + 2\cdot2 + 5$

$= 13$ bulunur.

**4.** P(x) polinomunun $x-1$ ile bölümünden kalan 2 ise $P(1) = 2$ dir.

$(x-1)\cdot P(x+1) = 4x^2 - mx + n$ polinomunda x yerine 0 yazılır.

$(0-1)\cdot P(0+1) = 4\cdot 0^2 - m\cdot 0 + n$

$-P(1) = n$

$-2 = n$ bulunur.

**5.** $P(x-1)$ polinomunun $\underbrace{\text{sabit terimi}}_{x=0}$ kaçtır?

(sabit terim sorulan sorularda x yerine "0" yazılır.)

$P(0-1) = P(-1)$ soruluyor.

✲ Verilen;

$P(x-3)$ polinomunun $\underbrace{\text{katsayılar toplamı}}_{x=1}$ 4 tür.

(katsayılar toplamını bulmak için x yerine "1" yazılır.)

$P(1-3) = P(-2) = 4$ (Bundan yararlanarak m i buluruz.)

$x = 1$ için $P(-2) = 5\cdot1^3 - 2\cdot1 + m = 4$

$m = 1$

✲ Şimdi P(–1) değerini bulabilmek için verilen polinomda x yerine 2 yazılır.

$P(2-3) = 5\cdot2^3 - 2\cdot2 + 1$

$P(-1) = 37$ bulunur.

## B) Çoktan seçmeli soruların cevapları

1. C  2. A  3. C  4. A  5. E

karekök

## C) Boşluk tamamlamanın cevapları

**1.** a) ✓, 4, 1, 1, –1

b) X

c) ✓, 1, $\sqrt{2}$, 3, $\sqrt{2}+3$

d) X

e) X

f) X

g) ✓, 2, 1, 1, 0, 0

**2.** a) $x+4$

b) 2

c) 4

d) 5

e) 5

f) 20

f) 25



## D) Doğru cevap ile eşleştirme

| | |
|---|---|
| $P(x) = (n+1)x - n + 2$ polinomu sabit polinom ve $Q(x) = (m-2)x$ polinomu sıfır polinomu olduğuna göre, $m\cdot n$ çarpımı | –2 |
| $4x^2 - 6 \equiv (n+1)x^3 - (3-m)x^2 + 2 - r$ olduğuna göre, $n - m - r$ değeri | –16 |
| $x\cdot P(x) = x^2 - 2x$ olduğuna göre, $P(x+1)$ polinomunun $x-1$ ile bölümünden kalan | 0 |
| $P(x^3+1) = x^3 + 1$ ise P(5) in değeri | 5 |

## E) "Doğru" veya "Yanlış" testi cevapları

1) Doğru ☐ Yanlış ✓

2) Doğru ✓ Yanlış ☐

3) Doğru ✓ Yanlış ☐

4) Doğru ☐ Yanlış ✓

karekök